

CALCUL LITTÉRAL ET SECOND DEGRÉ

Cours — Première, mathématiques spécifiques

Comment utiliser ce cours

Chaque partie commence par ce qu'il faut **savoir** (définitions, propriétés), puis vient ce qu'il faut **savoir faire** : une méthode, avec des **exemples corrigés** faits en classe, puis des exercices « **À vous de jouer** » à chercher seul. Tout le chapitre se fait **sans calculatrice**.

I — Développer

Définition 1 — Développer

Développer, c'est transformer un **produit** en une **somme**.

Le chemin inverse s'appelle **factoriser**.



Propriété 1 — Distributivité

Pour tous nombres k, a, b, c et d :

$$k(a + b) = ka + kb \qquad (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Dans $(a + b)(c + d)$, chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde : quatre produits.

Méthode 1 — Développer et réduire

Exemples corrigés

Développer et réduire :

a) $A = 3(2x - 5)$

b) $B = -2x(x + 4)$

c) $C = (x + 3)(2x - 1)$

a)

$$A = 3(2x - 5) \qquad \text{on recopie}$$

$$A = 3 \times 2x - 3 \times 5 \qquad 3 \text{ multiplie chaque terme}$$

$$A = 6x - 15$$

b)

$$B = -2x(x + 4) \qquad \text{on recopie}$$

$$B = (-2x) \times x + (-2x) \times 4 \qquad -2x \text{ multiplie chaque terme}$$

$$B = -2x^2 - 8x \qquad x \times x = x^2$$

c)

$$C = (x + 3)(2x - 1)$$

on recopie

$$C = x \times 2x + x \times (-1) + 3 \times 2x + 3 \times (-1)$$

quatre produits

$$C = 2x^2 - x + 6x - 3$$

$$C = 2x^2 + 5x - 3$$

on réduit : $-x + 6x = 5x$

À vous de jouer

Développer et réduire :

$$D = 4(3x + 2)$$

$$E = -5(x - 3)$$

$$F = -3x(x + 2)$$

$$G = x(5 - x)$$

$$H = (x + 4)(x - 2)$$

$$I = (2x - 3)(x + 5)$$

Réponses : $D = 12x + 8$; $E = -5x + 15$; $F = -3x^2 - 6x$; $G = 5x - x^2$; $H = x^2 + 2x - 8$; $I = 2x^2 + 7x - 15$.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 1 à 4.

II — Identités remarquables

Propriété 2 — Identités remarquables

Pour tous nombres a et b :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Attention : $(x + 5)^2$ n'est pas égal à $x^2 + 25$; il manque le **double produit** $2ab$.

Méthode 2 — Développer avec une identité remarquable

Exemples corrigés

Développer et réduire :

a) $A = (x + 5)^2$

b) $B = (3x - 2)^2$

c) $C = (x + 7)(x - 7)$

a)

$$A = (x + 5)^2$$

$$(a + b)^2, \text{ avec } a = x \text{ et } b = 5$$

$$A = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$A = x^2 + 10x + 25$$

b)

$$B = (3x - 2)^2$$

$$(a - b)^2, \text{ avec } a = 3x \text{ et } b = 2$$

$$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$B = 9x^2 - 12x + 4$$

$$(3x)^2 = 3x \times 3x = 9x^2$$

c)

$$C = (x + 7)(x - 7)$$

$$(a + b)(a - b), \text{ avec } a = x \text{ et } b = 7$$

$$C = x^2 - 7^2$$

$$a^2 - b^2$$

$$C = x^2 - 49$$

À vous de jouer

Développer et réduire :

$$D = (x + 3)^2 \quad E = (2x + 5)^2 \quad F = (x - 8)^2 \quad G = (4x - 1)^2$$

$$H = (x + 10)(x - 10) \quad I = (2x - 9)(2x + 9)$$

Réponses : $D = x^2 + 6x + 9$; $E = 4x^2 + 20x + 25$; $F = x^2 - 16x + 64$; $G = 16x^2 - 8x + 1$; $H = x^2 - 100$; $I = 4x^2 - 81$.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 5 à 8.

III — Équations du premier degré**Définition 2 — Résoudre une équation**

Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver toutes les valeurs de x qui rendent l'égalité vraie : ce sont les **solutions**. On les écrit entre accolades : $S = \{4\}$.

Propriété 3 — Transformer une équation

On obtient une équation qui a les mêmes solutions quand on **ajoute** (ou **retranche**) un même nombre aux deux membres, ou quand on les **multiplie** (ou les **divise**) par un même nombre non nul.

Méthode 3 — Résoudre une équation du premier degré**Exemples corrigés**

- a) Résoudre $7x - 3 = 4x + 9$.
 b) Résoudre $2(x + 1) = 5x - 7$.
 c) Résoudre $\frac{20}{x} = 4$.
 d) Une salle d'escalade propose deux tarifs : 8 € la séance, ou un abonnement de 30 € puis 5 € la séance. Pour combien de séances les deux tarifs coûtent-ils autant ?

a)

$$7x - 3 = 4x + 9 \quad \text{on recopie}$$

$$7x - 4x = 9 + 3 \quad \text{les } x \text{ à gauche, les nombres à droite}$$

$$3x = 12$$

$$x = 4 \quad \text{on divise par 3}$$

$$S = \{4\}.$$

on conclut

b)

$$2(x + 1) = 5x - 7 \quad \text{on recopie}$$

$$2x + 2 = 5x - 7 \quad \text{on développe d'abord}$$

$$2 + 7 = 5x - 2x \quad \text{les } x \text{ du côté où il y en a le plus}$$

$$9 = 3x$$

$$x = 3 \quad \text{on divise par 3}$$

$$S = \{3\}.$$

c)

$$\frac{20}{x} = 4 \quad \text{on recopie ; } x \text{ n'est pas nul}$$

$$20 = 4x \quad \text{on multiplie les deux membres par } x$$

$$x = 5 \quad \text{on divise par 4}$$

$$S = \{5\}.$$

$$\text{contrôle : } 20 \div 5 = 4$$

d)

Soit x le nombre de séances. Les deux tarifs coûtent $8x$ et $30 + 5x$ euros.

on nomme l'inconnue

$$8x = 30 + 5x \quad \text{les deux prix sont égaux}$$

$$8x - 5x = 30$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

Pour 10 séances, les deux tarifs coûtent autant : 80 €.

on répond par une phrase

À vous de jouer

a) Résoudre $6x + 5 = 2x + 17$, puis $9x - 4 = -x + 6$.

b) Résoudre $3(x - 2) = x + 8$, puis $-2(x - 4) = x - 1$.

c) Résoudre $\frac{36}{x} = 9$, puis $\frac{15}{x} = -3$.

d) Une location de trottinette coûte 4 € par jour, ou 18 € d'inscription puis 1 € par jour. Pour combien de jours les deux formules coûtent-elles autant ?

Réponses : a) $S = \{3\}$; $S = \{1\}$; b) $S = \{7\}$; $S = \{3\}$; c) $S = \{4\}$; $S = \{-5\}$; d) 6 jours (24 €).

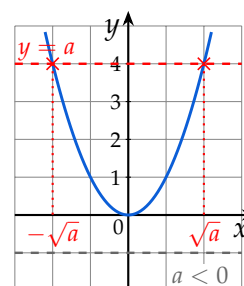
► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 9 à 12.

IV — Équations $x^2 = a$

Propriété 4 — Équation $x^2 = a$

- Si $a > 0$: deux solutions, $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$.
- Si $a = 0$: une seule solution, 0.
- Si $a < 0$: aucune solution, car un carré n'est jamais négatif.

Sur le graphique : la droite horizontale $y = a$ coupe la courbe de $x \mapsto x^2$ en deux points si $a > 0$, en aucun si $a < 0$.



Méthode 4 — Résoudre une équation $x^2 = a$

Exemples corrigés

a) Résoudre $x^2 = 36$.

b) Résoudre $x^2 = 11$.

c) Résoudre $x^2 = -9$.

d) Résoudre $2x^2 - 50 = 0$.

e) Un jardin carré a une aire de 64 m^2 . Quelle est la longueur de son côté ?

a)

$$36 > 0 \text{ et } 36 = 6^2 : S = \{-6; 6\}.$$

deux solutions opposées : $(-6)^2 = 36$ aussi**b)**

$$11 > 0 : S = \{-\sqrt{11}; \sqrt{11}\}.$$

11 n'est pas un carré : on garde la racine carrée

c)

$$-9 < 0 : S = \emptyset.$$

un carré n'est jamais négatif

d)

$$2x^2 - 50 = 0 \quad \text{on recopie}$$

$$2x^2 = 50 \quad \text{on isole } x^2 : \text{on ajoute 50}$$

$$x^2 = 25 \quad \text{on divise par 2}$$

$$S = \{-5; 5\}.$$

$$25 > 0 \text{ et } 25 = 5^2$$

e)Soit x le côté, en mètres : $x^2 = 64$, donc $x = -8$ ou $x = 8$.l'aire d'un carré est côté $\times$ côté

Une longueur est positive : le côté mesure 8 m.

on rejette -8 **À vous de jouer**a) Résoudre $x^2 = 49$, puis $x^2 = 100$.b) Résoudre $x^2 = 7$, puis $x^2 = 15$.c) Résoudre $x^2 = -16$.d) Résoudre $3x^2 - 12 = 0$, puis $x^2 + 5 = 30$.e) Une nappe carrée a une aire de 4 m^2 . Quelle est la longueur de son côté?

Réponses : a) $S = \{-7; 7\}$; $S = \{-10; 10\}$; b) $S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$; $S = \{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$; c) $S = \emptyset$; d) $S = \{-2; 2\}$; $S = \{-5; 5\}$; e) 2 m.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 13 à 15.**V — Équations produit****Propriété 5 — Produit nul**Un produit est nul quand l'un de ses facteurs est nul : si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$.**Méthode 5 — Résoudre une équation produit****Exemples corrigés**

Résoudre :

a) $(x - 4)(x + 6) = 0$

b) $(3x - 6)(-2x + 10) = 0$

c) $x^2 - 5x = 0$

a)

$$(x - 4)(x + 6) = 0$$

on recopie

$$x - 4 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 6 = 0$$

un des facteurs est nul

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -6$$

$$S = \{-6; 4\}.$$

solutions rangées dans l'ordre croissant

b)

$$(3x - 6)(-2x + 10) = 0$$

on recopie

$$3x - 6 = 0 \quad \text{ou} \quad -2x + 10 = 0 \quad \text{un des facteurs est nul}$$

$$3x = 6 \quad \text{ou} \quad -2x = -10$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = 5 \quad -10 \div (-2) = 5$$

$$S = \{2; 5\}.$$

c)

$$x^2 - 5x = 0$$

on recopie ; ce n'est pas encore un produit

$$x(x - 5) = 0$$

on factorise : x est dans les deux termes

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 5 = 0 \quad \text{un des facteurs est nul}$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 5$$

$$S = \{0; 5\}.$$

À vous de jouer

Résoudre :

$$(x - 2)(x + 9) = 0 \quad (x + 1)(x + 8) = 0 \quad (2x + 8)(-3x + 3) = 0$$

$$(5x - 10)(4x + 12) = 0 \quad x^2 + 3x = 0 \quad 2x^2 - 8x = 0$$

Réponses : $S = \{-9; 2\}$; $S = \{-8; -1\}$; $S = \{-4; 1\}$; $S = \{-3; 2\}$; $S = \{-3; 0\}$; $S = \{0; 4\}$.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 16 à 18.**VI — Fonction polynôme du second degré****Définition 3 — Fonction polynôme du second degré**

Une **fonction polynôme du second degré** est une fonction f de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{avec } a \neq 0.$$

Les nombres a , b et c sont ses **coefficients**. Sa courbe s'appelle une **parabole**.

Remarque

Sans terme en x^2 , il reste $bx + c$: c'est une fonction affine, dont la courbe est une droite.

Méthode 6 — Reconnaître une fonction du second degré, calculer une image**Exemples corrigés**

a) Pour chaque fonction f , g et h , dire si elle est du second degré et, si oui, donner a , b et c : $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$; $g(x) = 5 - x^2$; $h(x) = 4x + 7$.

b) Calculer $f(-2)$.

c) Les points $A(1; 2)$ et $B(-1; 4)$ sont-ils sur la courbe de f ?

a)

$$f : a = 3; b = -2; c = 1.$$

chaque coefficient avec son signe

$$g(x) = -x^2 + 5 : a = -1; b = 0; c = 5.$$

on range ; pas de terme en x : $b = 0$

h n'est pas du second degré : c'est une fonction affine.

pas de x^2

b)

$$f(-2) = 3 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 1 \quad \text{on remplace } x \text{ par } (-2)$$

$$f(-2) = 3 \times 4 + 4 + 1 \quad (-2)^2 = 4$$

$$f(-2) = 17$$

c)

$f(1) = 3 - 2 + 1 = 2$: c'est l'ordonnée de A , donc A est sur la courbe. on calcule l'image de l'abscisse

$f(-1) = 3 + 2 + 1 = 6$ et $6 \neq 4$: B n'est pas sur la courbe.

À vous de jouer

a) Pour chaque fonction u , v et w , dire si elle est du second degré et, si oui, donner a , b et c : $u(x) = -2x^2 + x + 4$; $v(x) = x^2 - 3x$; $w(x) = 1 - 6x$.

b) Calculer $u(-1)$.

c) Les points $C(2; -2)$ et $D(-2; 0)$ sont-ils sur la courbe de u ?

Réponses : a) u : $a = -2$; $b = 1$; $c = 4$; v : $a = 1$; $b = -3$; $c = 0$; w : affine; b) $u(-1) = 1$; c) C oui; D non ($u(-2) = -6$).

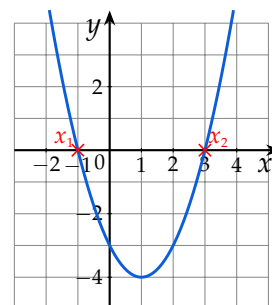
► À faire : fiche d'exercices du chapitre, exercices 19 à 22.

VII — Forme factorisée et racines

Définition 4 — Forme factorisée, racines

Une fonction du second degré est écrite sous **forme factorisée** quand elle s'écrit $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Les **racines** de f sont les solutions de $f(x) = 0$. Ce sont les abscisses des points où la parabole coupe l'axe des abscisses.



Propriété 6 — Racines d'une forme factorisée

Les racines de $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ sont x_1 et x_2 : chacune annule une parenthèse. Dans $(x - 4)$, la racine est 4; dans $(x + 2)$, elle est -2 .

Méthode 7 — Utiliser une forme factorisée

Exemples corrigés

Soit $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.

a) Vérifier que $f(x) = 2(x - 1)(x + 3)$.

b) En déduire les racines de f .

c) Donner les points où la courbe de f coupe l'axe des abscisses.

a)

$$2(x - 1)(x + 3) = 2(x^2 + 3x - x - 3) \quad \text{on développe la forme factorisée : d'abord les parenthèses}$$

$$2(x - 1)(x + 3) = 2(x^2 + 2x - 3)$$

$$2(x - 1)(x + 3) = 2x^2 + 4x - 6 \quad \text{puis on multiplie par 2}$$

On retrouve $f(x)$: donc $f(x) = 2(x - 1)(x + 3)$.

« vérifier » : on part de l'expression la plus compliquée

b)

$$2(x-1)(x+3) = 0$$

$$x-1 = 0 \quad \text{ou} \quad x+3 = 0$$

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

on résout $f(x) = 0$ avec la forme factorisée

produit nul ; le 2 n'est jamais nul

Les racines de f sont -3 et 1 .

c)

La courbe coupe l'axe des abscisses aux points $(-3;0)$ et $(1;0)$.

ordonnée nulle sur l'axe des abscisses

À vous de jouer

Mêmes questions pour :

a) $g(x) = -x^2 + 2x + 8$, avec $g(x) = -(x-4)(x+2)$;

b) $h(x) = 3x^2 - 12$, avec $h(x) = 3(x-2)(x+2)$.

Réponses : a) racines -2 et 4 ; points $(-2;0)$ et $(4;0)$; b) racines -2 et 2 ; points $(-2;0)$ et $(2;0)$.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 23 à 25.

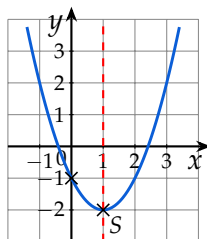
VIII — Représentation graphique

Propriété 7 — Allure de la parabole

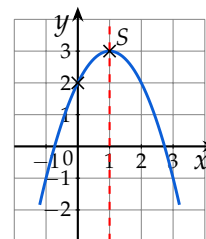
La parabole de $f(x) = ax^2 + bx + c$:

- est tournée vers le **haut** si $a > 0$, vers le **bas** si $a < 0$;
- a un **axe de symétrie** vertical, qui passe par son point le plus bas (ou le plus haut) : le **sommet** S ;
- coupe l'axe des ordonnées au point $(0;c)$, car $f(0) = c$.

$$a > 0 : f(x) = x^2 - 2x - 1$$



$$a < 0 : g(x) = -x^2 + 2x + 2$$



Méthode 8 — Tracer une parabole

Exemples corrigés

Soit $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

- Compléter le tableau de valeurs de f pour les entiers de -2 à 4 .
- Tracer la courbe de f .
- Lire le sommet et l'axe de symétrie.

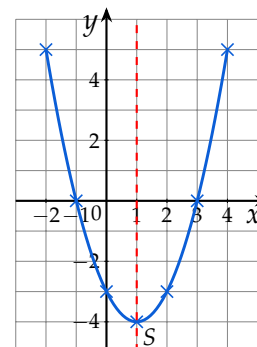
a)

$$f(-2) = 4 + 4 - 3 = 5;$$

$$f(-1) = 1 + 2 - 3 = 0; \dots$$

on remplace x par chaque valeur

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	5	0	-3	-4	-3	0	5



b)

On place les points, puis on les relie par une courbe arrondie, sans règle.

$a = 1 > 0$: tournée vers le haut

c)

Sommet $S(1; -4)$; axe de symétrie : la droite verticale qui passe par $x = 1$.

les valeurs se répètent de part et d'autre de 1

À vous de jouer

Mêmes questions pour $g(x) = -x^2 + 4x$, avec les entiers de -1 à 5 .

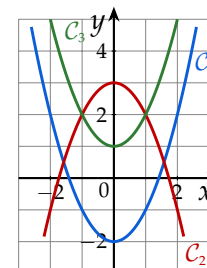
Réponses : $g(-1) = -5$; $g(0) = 0$; $g(1) = 3$; $g(2) = 4$; $g(3) = 3$; $g(4) = 0$; $g(5) = -5$; sommet $S(2; 4)$, axe : la droite verticale qui passe par $x = 2$.

Méthode 9 — Associer une fonction à sa parabole

Exemples corrigés

Associer chaque fonction à sa courbe :

$$f(x) = x^2 + 1 \quad g(x) = -x^2 + 3 \quad h(x) = x^2 - 2$$



g est la seule avec $a < 0$: sa courbe est tournée vers le bas, c'est C_2 .

le signe de a

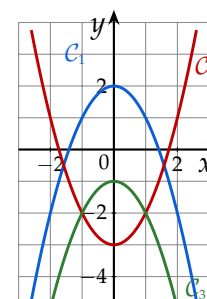
$f(0) = 1$ et $h(0) = -2$: f correspond à C_3 , qui passe par $(0; 1)$, et h à C_1 , qui passe par $(0; -2)$.

le point $(0; c)$ sur l'axe des ordonnées

À vous de jouer

Associer chaque fonction à sa courbe :

$$p(x) = -x^2 - 1 \quad q(x) = x^2 - 3 \quad r(x) = -x^2 + 2$$



Réponses : $p : C_3$; $q : C_2$; $r : C_1$.

► À faire : fiche d'exercices du chapitre, exercices 26 à 28.

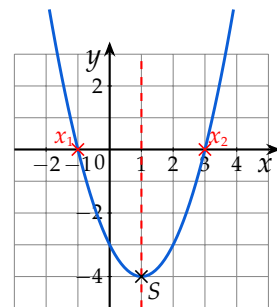
IX — Tableaux de variations

Propriété 8 — Sommet et variations

Si f a deux racines x_1 et x_2 , le sommet S de la parabole est **au milieu** : son abscisse est

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

et son ordonnée est $f(x_s)$.



$a > 0$: $f(x_s)$ est le **minimum**

x	x_s
$f(x)$	$f(x_s)$

$a < 0$: $f(x_s)$ est le **maximum**

x	x_s
$f(x)$	$f(x_s)$

Méthode 10 — Dresser le tableau de variations

Exemples corrigés

Donner le sommet de la parabole, puis le tableau de variations de :

a) $f(x) = 2(x - 1)(x + 3)$

b) $g(x) = -(x - 2)(x - 6)$

c) $h(x) = 3x^2 - 12x$

a)

Racines : 1 et -3.

on annule chaque parenthèse

$$x_s = \frac{1 + (-3)}{2} \quad \text{le milieu des racines}$$

$$x_s = -1$$

$f(-1) = 2 \times (-2) \times 2 = -8$: sommet $S(-1; -8)$.

on remplace x par -1 dans la forme factorisée

$a = 2 > 0$: f diminue, puis augmente ; son minimum est -8 .

ournée vers le haut

x	-1
$f(x)$	-8

b)

Racines : 2 et 6 ; $x_s = \frac{2 + 6}{2} = 4$.

le milieu des racines

$g(4) = -(2) \times (-2) = 4$: sommet $S(4; 4)$.

$4 - 2 = 2$ et $4 - 6 = -2$

$a = -1 < 0$: g augmente, puis diminue ; son maximum est 4.

ournée vers le bas

x	4
$g(x)$	4

c)

$$3x^2 - 12x = 0$$

les racines : on résout $h(x) = 0$

$$x(3x - 12) = 0$$

on factorise par x

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4 \quad 3x = 12$$

$$x_s = \frac{0+4}{2} = 2 \text{ et } h(2) = 12 - 24 = -12 : \text{sommet } S(2; -12). \quad 3 \times 2^2 = 12$$

$a = 3 > 0$: h diminue, puis augmente ; son minimum est -12 .

x	2
$h(x)$	-12

À vous de jouer

Donner le sommet de la parabole, puis le tableau de variations de :

$$f(x) = 3(x-2)(x+4) \quad g(x) = -2(x-1)(x-5) \quad h(x) = -x^2 + 8x$$

Réponses : $f : S(-1; -27)$, minimum ; $g : S(3; 8)$, maximum ; $h : S(4; 16)$, maximum.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 29 à 31.

X — Problèmes type épreuve anticipée

À l'épreuve, une fonction du second degré sert de **modèle** (bénéfice, hauteur, population...) : on calcule des images, on **vérifie** une forme factorisée donnée, puis on en tire les racines, le sommet et les variations, et on **interprète** chaque résultat dans le contexte.

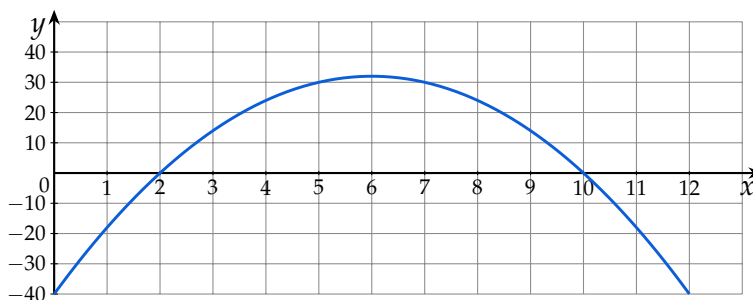
Méthode 11 — Étudier un modèle du second degré

Exemples corrigés

Un atelier fabrique et vend entre 0 et 1 200 trottinettes électriques par an. On note x le nombre de trottinettes, en centaines (x entre 0 et 12). Le bénéfice, en milliers d'euros, est modélisé par

$$B(x) = -2x^2 + 24x - 40.$$

Sa courbe est tracée ci-dessous (x en centaines, $B(x)$ en milliers d'euros).



1°) Par lecture graphique, déterminer pour quelles quantités le bénéfice est de 30 000 €.

2°) Calculer $B(1)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3°) Vérifier que $B(x) = -2(x-2)(x-10)$.

4°) Pour quelles quantités le bénéfice est-il nul ?

5°) Dresser le tableau de variations de B entre 0 et 12.

6°) Quel est le bénéfice maximal ? Pour combien de trottinettes ?

1°)

La droite d'ordonnée 30 coupe la courbe en $x = 5$ et $x = 7$.

Le bénéfice est de 30 000 € pour 500 ou 700 trottinettes.

30 milliers d'euros : la graduation 30
on revient aux unités de l'énoncé

2°)

$$B(1) = -2 \times 1^2 + 24 \times 1 - 40 \quad \text{on remplace } x \text{ par } 1$$

$$B(1) = -18$$

Pour 100 trottinettes, l'atelier perd 18 000 €.

$x = 1$: une centaine ; $B(1) < 0$: une perte

3°)

$$-2(x-2)(x-10) = -2(x^2 - 10x - 2x + 20) \quad \text{on développe la forme donnée}$$

$$-2(x-2)(x-10) = -2(x^2 - 12x + 20)$$

$$-2(x-2)(x-10) = -2x^2 + 24x - 40 \quad \text{on retrouve } B(x)$$

4°)

$B(x) = 0$ pour $x = 2$ ou $x = 10$: pour 200 ou 1 000 trottinettes.

produit nul sur la forme factorisée

5°)

$$x_s = \frac{2+10}{2} = 6 \text{ et } B(6) = -2 \times 4 \times (-4) = 32.$$

le milieu des racines

$$B(0) = -40 \text{ et } B(12) = -2 \times 10 \times 2 = -40.$$

les valeurs aux bouts

$a = -2 < 0$: B augmente de 0 à 6, puis diminue de 6 à 12.

ournée vers le bas

x	0	6	12
$B(x)$	-40	32	-40

6°)

Le bénéfice maximal est de 32 000 €, pour 600 trottinettes.

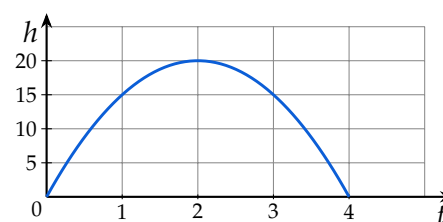
on revient aux unités de l'énoncé

À vous de jouer

On lance une fusée à eau depuis le sol. Sa hauteur, en mètres, au bout de t secondes (t entre 0 et 4) est

$$h(t) = -5t^2 + 20t.$$

Sa courbe est tracée ci-contre (t en secondes, $h(t)$ en mètres).



1°) Par lecture graphique, déterminer à quels instants la fusée est à 15 m de haut.

2°) Calculer $h(1)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3°) Vérifier que $h(t) = -5t(t-4)$.

4°) À quels instants la fusée est-elle au sol ?

5°) Dresser le tableau de variations de h entre 0 et 4.

6°) Quelle est la hauteur maximale ? À quel instant ?

Réponses : 1°) au bout de 1 s et de 3 s ; 2°) $h(1) = 15$: 15 m au bout de 1 s ; 4°) $t = 0$ (le départ) et $t = 4$ (la retombée) ; 5°) croissante de 0 à 2, décroissante de 2 à 4 ; 6°) 20 m au bout de 2 s.

► À faire : fiche d'exercices du chapitre, exercices 32 à 34.