

1^{re} mathématiques spécifiques — Calcul littéral et second degré

Fiche d'exercices du chapitre

I — Développer

Exercice 1 : Distributivité simple

Développer et réduire.

$$\begin{array}{lll} A = 5(x+3) & B = 4(2x-7) & C = -3(x+6) \\ D = -2(4-5x) & E = 7(3-x) & F = -(x-9) \end{array}$$

Exercice 2 : Un facteur en x

Développer et réduire.

$$\begin{array}{lll} A = x(x+8) & B = 2x(3x-1) & C = -x(x-4) \\ D = -4x(2x+5) & E = 3x(5-2x) & \end{array}$$

Exercice 3 : Double distributivité

Développer et réduire.

$$\begin{array}{ll} A = (x+2)(x+5) & B = (x-3)(x+4) \\ C = (x-6)(x-1) & D = (2x+1)(x+3) \\ E = (3x-2)(x+2) & F = (x+5)(4-x) \end{array}$$

Exercice 4 : Vrai ou faux ?

Pour chaque égalité, dire si elle est vraie pour tout nombre x ; corriger celles qui sont fausses.

- $3(x+4) = 3x+4$
- $-2(x-5) = -2x+10$
- $x(x+1) = x^2+x$
- $(x+1)(x+2) = x^2+2$
- $-(3-x) = -3-x$

II — Identités remarquables

Exercice 5 : Le carré d'une somme

Développer et réduire.

$$\begin{array}{ll} A = (x+4)^2 & B = (x+1)^2 \\ C = (2x+3)^2 & D = (3x+5)^2 \end{array}$$

Exercice 6 : Le carré d'une différence

Développer et réduire.

$$\begin{array}{ll} A = (x-3)^2 & B = (x-10)^2 \\ C = (2x-1)^2 & D = (5x-2)^2 \end{array}$$

Exercice 7 : Somme par différence

Développer et réduire.

$$\begin{array}{ll} A = (x+6)(x-6) & B = (x-1)(x+1) \\ C = (3x+2)(3x-2) & D = (4x-5)(4x+5) \end{array}$$

Exercice 8 : La bonne réponse

Pour chaque question, une seule réponse est exacte.

- $(x-7)^2$ est égal à :
 - x^2-49
 - $x^2-14x+49$
 - x^2+49
 - $x^2-7x+49$
- $(3x+1)^2$ est égal à :
 - $9x^2+1$
 - $3x^2+6x+1$
 - $9x^2+6x+1$
 - $9x^2+3x+1$
- x^2-16 est le développement de :
 - $(x-4)^2$
 - $(x-4)(x+4)$
 - $(x-16)(x+1)$
 - $(x-8)(x+2)$
- $(2x-5)(2x+5)$ est égal à :
 - $4x^2-25$
 - $2x^2-25$
 - $4x^2-20x+25$
 - $4x^2+25$

III — Équations du premier degré

Exercice 9 : Premières équations

Résoudre.

- $x+7=12$
- $4x=-20$
- $3x-5=10$
- $5x+2=3x+10$
- $8x-1=2x+11$
- $2x+9=6x-3$

Exercice 10 : Avec des parenthèses

Résoudre.

- $3(x+2)=11$
- $2(x-4)=x+1$
- $5(x+1)=2(x+7)$
- $-(x-6)=2x$

$$e) 4(2x-1) = 3(x+7)$$

Exercice 11 : L'inconnue au dénominateur

Résoudre (le nombre x n'est pas nul).

$$a) \frac{12}{x} = 3 \quad b) \frac{30}{x} = 6 \quad c) \frac{8}{x} = -2 \quad d) \frac{21}{x} = 7$$

e) Une cagnotte de 120 € est partagée également entre x amis : chacun reçoit 15 €. Écrire une équation, puis trouver x .

Exercice 12 : Deux formules pour la piscine

Une piscine propose l'entrée à 6 €, ou une carte annuelle à 40 € avec laquelle chaque entrée coûte 4 €. On note x le nombre d'entrées dans l'année.

- Calculer le prix payé pour 10 entrées avec chaque formule.
- Exprimer en fonction de x le prix payé avec chaque formule.
- Pour combien d'entrées les deux formules coûtent-elles autant ?
- Quelle formule choisir pour 25 entrées ?

IV — Équations $x^2 = a$

Exercice 13 : Résoudre $x^2 = a$

Résoudre.

- $x^2 = 16$
- $x^2 = 1$
- $x^2 = 0$
- $x^2 = 3$
- $x^2 = -25$
- $x^2 = 144$

Exercice 14 : Isoler x^2 d'abord

Résoudre.

- $x^2 - 9 = 0$
- $x^2 + 4 = 40$
- $2x^2 = 98$
- $5x^2 - 20 = 0$
- $x^2 + 10 = 1$
- $4x^2 - 1 = 99$

Exercice 15 : Des carrés

- Un potager carré a une aire de 81 m². Quelle est la longueur de son côté ?
- Une photo carrée a une aire de 100 cm². Quelle est la longueur de son côté ?
- Quels sont les nombres dont le carré vaut 49 ?

V — Équations produit

Exercice 16 : Produit nul

Résoudre.

- $(x-1)(x+7) = 0$
- $(x+2)(x+5) = 0$
- $(x-3)(x-8) = 0$
- $x(x+4) = 0$

Exercice 17 : Des coefficients devant x

Résoudre.

- $(2x-4)(x+3) = 0$
- $(3x+9)(x-5) = 0$
- $(5x-15)(2x+8) = 0$
- $(-x+6)(4x-8) = 0$
- $(-2x+10)(3x+3) = 0$

Exercice 18 : Factoriser par x d'abord

Résoudre en factorisant par x .

- $x^2 - 4x = 0$
- $x^2 + 6x = 0$
- $3x^2 - 9x = 0$
- $2x^2 + 10x = 0$
- $x^2 = 7x$ (tout passer à gauche)

VI — Fonction polynôme du second degré

Exercice 19 : Reconnaître, lire a , b et c

Pour chaque fonction, dire si elle est du second degré et, si oui, donner a , b et c .

$$\begin{array}{ll} f(x) = 2x^2 + 5x - 1 & g(x) = -x^2 + 3 \\ h(x) = 7x - 2 & k(x) = 4x - x^2 \\ m(x) = x^2 & p(x) = 6 - 2x + 3x^2 \end{array}$$

Exercice 20 : Calculer des images

1. Soit $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(-1)$, $f(3)$ et $f(-2)$.

2. Soit $g(x) = -2x^2 + x + 5$. Calculer $g(0)$, $g(2)$ et $g(-1)$.

Exercice 21 : Sur la courbe ou non ?

Soit $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Pour chaque point $A(1;0)$, $B(-1;-2)$, $C(2;5)$, $D(-3;0)$ et $E(0;3)$, dire s'il est sur la courbe de f .

Exercice 22 : Distance d'arrêt

La distance d'arrêt d'une voiture, en mètres, est modélisée par $d(v) = v^2 + 3v$, où v est la vitesse en dizaines de km/h (pour 50 km/h, $v = 5$).

- Expliquer pourquoi d est une fonction du second degré ; donner a , b et c .
- Calculer $d(3)$, $d(5)$ et $d(9)$. Interpréter $d(5)$.
- Calculer $d(6)$. Quand la vitesse double de 30 à 60 km/h, la distance d'arrêt double-t-elle ?

VII — Forme factorisée et racines

Exercice 23 : Vérifier une forme factorisée

Pour chaque fonction, vérifier l'égalité en développant la forme factorisée.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 8 = (x - 2)(x + 4)$

b) $g(x) = 3x^2 - 3x - 18 = 3(x + 2)(x - 3)$

c) $h(x) = -x^2 + 6x - 5 = -(x - 1)(x - 5)$

d) $k(x) = 2x^2 - 8 = 2(x - 2)(x + 2)$

Exercice 24 : Lire les racines

Donner les racines de chaque fonction.

$f(x) = (x - 3)(x + 1)$ $g(x) = 2(x + 5)(x - 2)$

$h(x) = -(x - 4)(x - 6)$ $k(x) = 5x(x - 7)$

$m(x) = -3(x + 2)(x + 8)$

Exercice 25 : Points sur les axes

Soit $f(x) = x^2 - x - 6$.

- Vérifier que $f(x) = (x + 2)(x - 3)$.
- En déduire les racines de f .
- Donner les points où la courbe de f coupe l'axe des abscisses.
- Calculer $f(0)$. Où la courbe coupe-t-elle l'axe des ordonnées ?

VIII — Représentation graphique

Exercice 26 : Tableau de valeurs et tracé

Pour chaque fonction, compléter le tableau de valeurs, tracer la courbe dans un repère, puis lire son sommet et son axe de symétrie.

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

b) $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$							

Exercice 27 : Associer une fonction à sa courbe

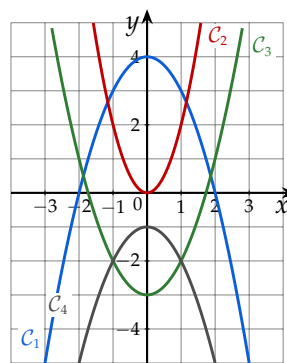
Associer chaque fonction à sa courbe, en justifiant.

$f(x) = x^2 - 3$

$g(x) = -x^2 + 4$

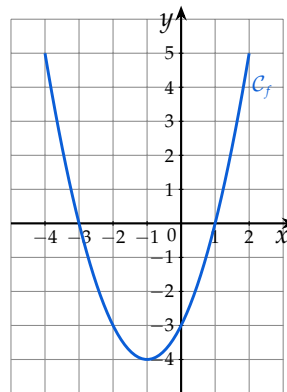
$h(x) = 2x^2$

$k(x) = -x^2 - 1$



Exercice 28 : Lire une parabole

La courbe de $f(x) = x^2 + 2x - 3$ est tracée ci-dessous.



- La parabole est-elle tournée vers le haut ou vers le bas ? Est-ce cohérent avec l'expression de f ?
- Lire les coordonnées du sommet et l'axe de symétrie.
- Lire les racines de f .
- Résoudre graphiquement $f(x) = -3$.
- Calculer $f(0)$ et retrouver ce point sur la courbe.

IX — Tableaux de variations

Exercice 29 : Sommet et tableau de variations

Pour chaque fonction, donner le sommet de la parabole, puis le tableau de variations.

a) $f(x) = (x - 2)(x - 6)$ b) $g(x) = -2(x + 1)(x - 3)$

c) $h(x) = 3(x + 4)(x + 2)$ d) $k(x) = -(x - 5)(x + 1)$

Exercice 30 : Factoriser d'abord

Pour chaque fonction, trouver les racines, puis le sommet et le tableau de variations.

a) $f(x) = x^2 - 6x$

b) $g(x) = -x^2 + 10x$

c) $h(x) = 2x^2 + 8x$

d) $k(x) = x^2 - 9$

Exercice 31 : Maximum ou minimum ?

- Pour chaque fonction f , g et h , dire si elle admet un maximum ou un minimum, et le donner :
 $f(x) = 4(x - 1)(x - 3)$ $g(x) = -(x + 3)(x - 1)$
 $h(x) = -5x(x - 2)$.
- Calculer $f(0)$ et $f(4)$, puis dresser le tableau de variations de f entre 0 et 4.

X — Problèmes type épreuve anticipée

Exercice 32 : Un food truck

Un food truck vend entre 0 et 120 repas par jour. On note x le nombre de repas, en dizaines (x entre 0 et 12). Le bénéfice de la journée, en dizaines d'euros, est $B(x) = -x^2 + 12x - 20$.

- Calculer $B(0)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- Vérifier que $B(x) = -(x - 2)(x - 10)$.
- Pour combien de repas le bénéfice est-il nul ?
- Dresser le tableau de variations de B entre 0 et 12.
- Quel est le bénéfice maximal ? Pour combien de repas ?

Exercice 33 : Une balle lancée d'une falaise

On lance une balle du haut d'une falaise. Sa hauteur au-dessus de la mer, en mètres, au bout de t secondes est $h(t) = -5t^2 + 10t + 15$.

1. Calculer $h(0)$. Interpréter.
2. Vérifier que $h(t) = -5(t+1)(t-3)$.
3. Au bout de combien de temps la balle touche-t-elle l'eau ?
4. Dresser le tableau de variations de h entre 0 et 3.
5. Quelle hauteur maximale la balle atteint-elle ? À quel instant ?

Exercice 34 : Le plus grand enclos

Avec 40 m de grillage, on entoure un enclos rectangulaire. On note x la longueur d'un côté, en mètres (x entre 0 et 20).

1. Si $x = 5$, quelle est la longueur de l'autre côté ? Quelle est l'aire ?
2. Justifier que l'autre côté mesure $20 - x$ et que l'aire est $A(x) = x(20 - x)$.
3. Développer $A(x)$, puis donner les racines de A .
4. Dresser le tableau de variations de A entre 0 et 20.
5. Quelles dimensions donnent la plus grande aire ? Quelle est-elle ?

Exercices type épreuve anticipée**Exercice 35 : Automatismes (QCM)**

Pour chaque question, une seule réponse est exacte.

1. La solution de l'équation $6x + 1 = 2x + 9$ est :
a) 1 b) 2
c) 4 d) 10
2. $(x+3)^2$ est égal à :
a) $x^2 + 9$ b) $x^2 + 6x + 9$
c) $x^2 + 3x + 9$ d) $x^2 + 6x + 6$
3. L'ensemble des solutions de $x^2 = 7$ est :
a) $\{7\}$ b) $\{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$
c) $\{\sqrt{7}\}$ d) $\{-3,5; 3,5\}$
4. L'ensemble des solutions de $(3x - 6)(x + 4) = 0$ est :
a) $\{-2; 4\}$ b) $\{-4; 2\}$
c) $\{-4; 3\}$ d) $\{-4; 6\}$
5. Le point d'abscisse 2 de la courbe d'équation $y = x^2 - 3x + 1$ est :

a) $(2; -1)$ b) $(2; 3)$ c) $(2; 11)$ d) $(2; -3)$

6. La fonction $f(x) = -2(x-1)(x-5)$ admet :

a) un minimum en 3

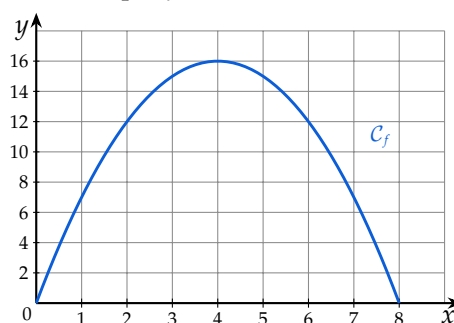
b) un maximum en 3

c) un maximum en 1

d) un minimum en 5

Exercice 36 : Une épidémie de grippe

Dans une ville, le nombre de malades de la grippe, en centaines, x semaines après le début de l'épidémie (x entre 0 et 8), est modélisé par $f(x) = -x^2 + 8x$.



1. Lire $f(2)$ sur le graphique et interpréter.
2. Déterminer graphiquement la semaine du pic de l'épidémie et le nombre de malades cette semaine-là.
3. Calculer $f(1)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Vérifier que $f(x) = -x(x-8)$. Au bout de combien de semaines l'épidémie s'arrête-t-elle ?
5. Dresser le tableau de variations de f entre 0 et 8 et retrouver par le calcul le nombre de malades au pic.

Exercice 37 : Le prix d'une place de théâtre

Une troupe de théâtre fixe le prix d'une place à x euros (x entre 0 et 20). Elle prévoit alors $200 - 10x$ spectateurs.

1. Pour une place à 8 €, combien de spectateurs la troupe prévoit-elle ? Quelle est la recette ?
2. Quel prix donne 150 spectateurs ?
3. Justifier que la recette est $R(x) = x(200 - 10x)$, puis que $R(x) = -10x^2 + 200x$.
4. Donner les racines de R et les interpréter.
5. Dresser le tableau de variations de R entre 0 et 20.
6. Quel prix donne la plus grande recette ? Quelle est-elle ?