

CALCUL LITTÉRAL ET SECOND DEGRÉ

Corrigé — Ch 3 : Fiche d'exercices — 1^{re} mathématiques spécifiques

Les remarques en italique signalent les erreurs les plus fréquentes et les méthodes à retenir. Les résultats sont encadrés. Tous les calculs se font sans calculatrice.

I) Développer

Exercice 1 — Distributivité simple

$$\begin{aligned} A &= 5x + 15 & B &= 8x - 28 \\ C &= -3x - 18 & D &= -8 + 10x = 10x - 8 \\ E &= 21 - 7x & F &= -x + 9 \end{aligned}$$

Le facteur multiplie chaque terme : $-2 \times (-5x) = +10x$.

Exercice 2 — Un facteur en x

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 8x & B &= 6x^2 - 2x \\ C &= -x^2 + 4x & D &= -8x^2 - 20x \\ E &= 15x - 6x^2 \end{aligned}$$

$$x \times x = x^2 \text{ et } 2x \times 3x = 6x^2.$$

Exercice 3 — Double distributivité

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 5x + 2x + 10 & \text{quatre produits} \\ A &= x^2 + 7x + 10 \\ B &= x^2 + x - 12 & C &= x^2 - 7x + 6 \\ D &= 2x^2 + 7x + 3 & E &= 3x^2 + 4x - 4 \\ F &= 4x - x^2 + 20 - 5x & 5 \times (-x) &= -5x \\ F &= -x^2 - x + 20 \end{aligned}$$

Exercice 4 — Vrai ou faux?

- a) Faux : $3(x + 4) = 3x + 12$.
 b) Vrai.
 c) Vrai.
 d) Faux : $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$.
 e) Faux : $-(3 - x) = -3 + x$.

d) On oublie souvent les deux produits « croisés » $x \times 2$ et $1 \times x$.

II) Identités remarquables

Exercice 5 — Le carré d'une somme

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 & a &= x, b = 4 \\ A &= x^2 + 8x + 16 \\ B &= x^2 + 2x + 1 & C &= 4x^2 + 12x + 9 \\ D &= 9x^2 + 30x + 25 \end{aligned}$$

Le double produit ne s'oublie pas : $(x + 4)^2 \neq x^2 + 16$.

Exercice 6 — Le carré d'une différence

$$\begin{aligned} A &= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 & a &= x, b = 3 \\ A &= x^2 - 6x + 9 \\ B &= x^2 - 20x + 100 & C &= 4x^2 - 4x + 1 \\ D &= 25x^2 - 20x + 4 \end{aligned}$$

Exercice 7 — Somme par différence

$$\begin{aligned} A &= x^2 - 6^2 = x^2 - 36 & B &= x^2 - 1 \\ C &= (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4 & D &= 16x^2 - 25 \\ (3x)^2 &= 9x^2 : \text{le 3 est aussi élevé au carré.} \end{aligned}$$

Exercice 8 — La bonne réponse

1. ☐ $(x^2 - 14x + 49)$ 2. ☐ $(9x^2 + 6x + 1)$
 3. ☐ $((x - 4)(x + 4))$ 4. ☐ $(4x^2 - 25)$

III) Équations du premier degré

Exercice 9 — Premières équations

- a) $x = 12 - 7$: $S = \{5\}$ b) $x = -20 \div 4$:
 $S = \{-5\}$
 c) $3x = 15$: $S = \{5\}$
 $5x + 2 = 3x + 10$
 $2x = 8$
 $x = 4$
 d) $S = \{4\}$; e) $6x = 12$: $S = \{2\}$; f) $12 = 4x$:
 $S = \{3\}$

Exercice 10 — Avec des parenthèses

$$\begin{aligned} 3(x + 2) &= 21 \\ 3x + 6 &= 21 & \text{on développe d'abord} \\ 3x &= 15 \\ x &= 5 \\ \text{a) } S &= \{5\}; & \text{b) } 2x - 8 = x + 1 : S &= \{9\} \end{aligned}$$

$$5(x+1) = 2(x+7)$$

$$5x+5 = 2x+14$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

c) $S = \{3\}$; d) $-x+6 = 2x$ soit $6 = 3x$: $S = \{2\}$

e) $8x-4 = 3x+21$ soit $5x = 25$: $S = \{5\}$

Exercice 11 — L'inconnue au dénominateur

$$\frac{12}{x} = 3$$

$$12 = 3x \quad \text{on multiplie par } x$$

$$x = 4$$

a) $S = \{4\}$; b) $30 = 6x$: $S = \{5\}$

c) $8 = -2x$: $S = \{-4\}$; d) $21 = 7x$: $S = \{3\}$

e) $\frac{120}{x} = 15$ soit $120 = 15x$: $x = 8$ amis.

Contrôle : $120 \div 8 = 15$.

Exercice 12 — Deux formules pour la piscine

1°) Entrées seules : $6 \times 10 = 60 \text{ €}$; carte : $40 + 4 \times 10 = 80 \text{ €}$.

2°) Entrées seules : $6x$; carte : $40 + 4x$.

3°) $6x = 40 + 4x$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

Les deux formules coûtent autant pour 20 entrées (120 €).

4°) Entrées seules : 150 €; carte : 140 €. La carte est moins chère.

IV) Équations $x^2 = a$

Exercice 13 — Résoudre $x^2 = a$

a) $S = \{-4; 4\}$

b) $S = \{-1; 1\}$

c) $S = \{0\}$

d) $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

e) $S = \emptyset$

f) $S = \{-12; 12\}$

e) Un carré n'est jamais négatif. Ne pas oublier la solution négative.

Exercice 14 — Isoler x^2 d'abord

$$2x^2 = 98$$

$$x^2 = 49 \quad \text{on divise par 2}$$

a) $x^2 = 9$: $S = \{-3; 3\}$

b) $x^2 = 36$: $S = \{-6; 6\}$

c) $S = \{-7; 7\}$

d) $x^2 = 4$: $S = \{-2; 2\}$

e) $x^2 = -9$: $S = \emptyset$

f) $x^2 = 25$: $S = \{-5; 5\}$

Exercice 15 — Des carrés

1°) $x^2 = 81$, donc $x = -9$ ou $x = 9$; une longueur est positive : 9 m.

2°) $x^2 = 100$: côté 10 cm.

3°) -7 et 7.

V) Équations produit

Exercice 16 — Produit nul

$$x-1 = 0 \quad \text{ou} \quad x+7 = 0$$

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -7$$

a) $S = \{-7; 1\}$

b) $S = \{-5; -2\}$

c) $S = \{3; 8\}$

d) $S = \{-4; 0\}$

Exercice 17 — Des coefficients devant x

$$2x-4 = 0 \quad \text{ou} \quad x+3 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

a) $S = \{-3; 2\}$

b) $S = \{-3; 5\}$

c) $S = \{-4; 3\}$

d) $S = \{2; 6\}$

e) $S = \{-1; 5\}$

d) $-x+6 = 0$ donne $x = 6$; e) $-2x = -10$ donne $x = 5$.

Exercice 18 — Factoriser par x d'abord

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

a) $S = \{0; 4\}$

b) $x(x+6) = 0$:

$S = \{-6; 0\}$

c) $x(3x-9) = 0$: $S = \{0; 3\}$

d) $x(2x+10) = 0$: $S = \{-5; 0\}$

e) $x^2 - 7x = 0$ soit $x(x-7) = 0$:

$S = \{0; 7\}$

e) Diviser par x ferait perdre la solution 0.

VI) Fonction polynôme du second degré

Exercice 19 — Reconnaître, lire a , b et c

f : $a = 2$; $b = 5$; $c = -1$

g : $a = -1$; $b = 0$; $c = 3$

h : pas du 2^d degré

k : $a = -1$; $b = 4$; $c = 0$

m : $a = 1$; $b = 0$; $c = 0$

p : $a = 3$; $b = -2$; $c = 6$

On lit chaque coefficient avec son signe, même si les termes sont dans le désordre (k , p).

Exercice 20 — Calculer des images

$$f(-2) = (-2)^2 - 3 \times (-2) + 2$$

$$f(-2) = 4 + 6 + 2$$

$$f(-2) = 12$$

1°) $f(0) = 2$; $f(1) = 0$; $f(-1) = 6$; $f(3) = 2$;

$f(-2) = 12$.

$$2^\circ) g(0) = \boxed{5}; g(2) = -8 + 2 + 5 = \boxed{-1};$$

$$g(-1) = -2 - 1 + 5 = \boxed{2}.$$

$$(-1)^2 = 1, \text{ donc } -2 \times (-1)^2 = -2.$$

Exercice 21 — Sur la courbe ou non ?

$$f(1) = 0 : A \boxed{\text{oui}} \quad f(-1) = -4 : B \boxed{\text{non}}$$

$$f(2) = 5 : C \boxed{\text{oui}} \quad f(-3) = 0 : D \boxed{\text{oui}}$$

$$f(0) = -3 : E \boxed{\text{non}}$$

Exercice 22 — Distance d'arrêt

$$1^\circ) d(v) = v^2 + 3v \text{ a un terme en } v^2 : \\ a = 1; b = 3; c = 0.$$

$$2^\circ) d(3) = \boxed{18}; d(5) = \boxed{40}; d(9) = \boxed{108}. \text{ À } 50 \text{ km/h, la voiture s'arrête en } 40 \text{ m.}$$

$$3^\circ) d(6) = 36 + 18 = \boxed{54} : \text{ la distance est multipliée par 3, elle ne } \boxed{\text{double pas}}.$$

VII) Forme factorisée et racines**Exercice 23 — Vérifier une forme factorisée**

$$(x-2)(x+4) = x^2 + 4x - 2x - 8$$

$$(x-2)(x+4) = x^2 + 2x - 8 \quad \text{on retrouve } f(x)$$

$$3(x+2)(x-3) = 3(x^2 - 3x + 2x - 6)$$

$$3(x+2)(x-3) = 3x^2 - 3x - 18$$

$$-(x-1)(x-5) = -(x^2 - 6x + 5)$$

$$-(x-1)(x-5) = -x^2 + 6x - 5$$

$$2(x-2)(x+2) = 2(x^2 - 4)$$

$$2(x-2)(x+2) = 2x^2 - 8$$

On part de la forme factorisée, la plus compliquée, et on retrouve l'autre.

Exercice 24 — Lire les racines

$$f : \boxed{3} \text{ et } \boxed{-1} \quad g : \boxed{-5} \text{ et } \boxed{2}$$

$$h : \boxed{4} \text{ et } \boxed{6} \quad k : \boxed{0} \text{ et } \boxed{7}$$

$$m : \boxed{-2} \text{ et } \boxed{-8}$$

Dans $(x+5)$, la racine est -5 : on change le signe.

Exercice 25 — Points sur les axes

$$1^\circ) (x+2)(x-3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6.$$

$$2^\circ) x+2=0 \text{ ou } x-3=0 : \text{ racines } \boxed{-2} \text{ et } \boxed{3}.$$

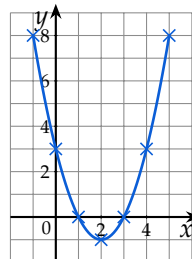
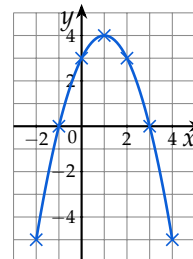
$$3^\circ) \boxed{(-2;0)} \text{ et } \boxed{(3;0)}.$$

$$4^\circ) f(0) = -6 : \text{ la courbe coupe l'axe des ordonnées en } \boxed{(0;-6)}.$$

VIII) Représentation graphique**Exercice 26 — Tableau de valeurs et tracé**

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	8	3	0	-1	0	3	8

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5

a) $S(2; -1)$, axe $x = 2$ b) $S(1; 4)$, axe $x = 1$

Les valeurs se répètent de part et d'autre du sommet : c'est un contrôle.

Exercice 27 — Associer une fonction à sa courbe

g et k ont $a < 0$ (courbes tournées vers le bas) :
 $g(0) = 4$, donc $g \rightarrow \boxed{C_1}$; $k(0) = -1$, donc $k \rightarrow \boxed{C_4}$.
 f et h ont $a > 0$: $f(0) = -3$, donc $f \rightarrow \boxed{C_3}$; $h(0) = 0$, donc $h \rightarrow \boxed{C_2}$.

Deux indices suffisent : le signe de a et le point $(0; c)$.

Exercice 28 — Lire une parabole

- 1°) Vers le **haut** ; cohérent : $a = 1 > 0$.
- 2°) Sommet $\boxed{S(-1; -4)}$; axe : la droite verticale qui passe par $\boxed{x = -1}$.
- 3°) Racines $\boxed{-3}$ et $\boxed{1}$.
- 4°) Points d'ordonnée -3 : $\boxed{S = \{-2; 0\}}$.
- 5°) $f(0) = \boxed{-3}$: le point $(0; -3)$, sur l'axe des ordonnées.

IX) Tableaux de variations**Exercice 29 — Sommet et tableau de variations**

a) Racines 2 et 6; $x_s = \frac{2+6}{2} = 4$;
 $f(4) = 2 \times (-2) = -4$: $\boxed{S(4; -4)}$, minimum
 $(a = 1 > 0)$.

x	4
$f(x)$	$\nearrow -4 \searrow$

b) Racines -1 et 3 ; $x_s = 1$; $g(1) = -2 \times 2 \times (-2) = 8$:
 $\boxed{S(1; 8)}$, maximum $(a = -2 < 0)$.

x	1
$g(x)$	$\nwarrow 8 \searrow$

c) Racines -4 et -2 ; $x_s = -3$;
 $h(-3) = 3 \times 1 \times (-1) = -3$: $\boxed{S(-3; -3)}$, minimum.

x	-3
$h(x)$	$\rightarrow -3 \rightarrow$

d) Racines 5 et -1 ; $x_s = 2$; $k(2) = -(-3) \times 3 = 9$: $S(2; 9)$, maximum.

x	2
$k(x)$	$\rightarrow 9 \rightarrow$

a est le nombre devant les parenthèses : dans $-(x-5)(x+1)$, $a = -1$.

Exercice 30 — Factoriser d'abord

a) $x(x-6) = 0$: racines 0 et 6; $x_s = 3$; $f(3) = 9 - 18 = -9$: $S(3; -9)$, minimum.

x	3
$f(x)$	$\rightarrow -9 \rightarrow$

b) $x(-x+10) = 0$: racines 0 et 10; $x_s = 5$; $g(5) = -25 + 50 = 25$: $S(5; 25)$, maximum.

x	5
$g(x)$	$\rightarrow 25 \rightarrow$

c) $x(2x+8) = 0$: racines 0 et -4 ; $x_s = -2$; $h(-2) = 8 - 16 = -8$: $S(-2; -8)$, minimum.

x	-2
$h(x)$	$\rightarrow -8 \rightarrow$

d) $x^2 = 9$: racines -3 et 3 ; $x_s = 0$; $k(0) = -9$: $S(0; -9)$, minimum.

x	0
$k(x)$	$\rightarrow -9 \rightarrow$

Exercice 31 — Maximum ou minimum ?

1°) $f : a = 4 > 0$, $x_s = 2$, $f(2) = 4 \times 1 \times (-1)$: minimum -4 en 2.

$g : a = -1 < 0$, $x_s = -1$, $g(-1) = -2 \times (-2)$: maximum 4 en -1 .

$h : a = -5 < 0$, $x_s = 1$, $h(1) = -5 \times 1 \times (-1)$: maximum 5 en 1.

2°) $f(0) = 4 \times (-1) \times (-3) = 12$;
 $f(4) = 4 \times 3 \times 1 = 12$.

x	0	2	4
$f(x)$	$12 \rightarrow$	$-4 \rightarrow$	12

X) Problèmes type épreuve anticipée

Exercice 32 — Un food truck

1°) $B(0) = -20$: sans aucun repas vendu, la journée coûte 200 €.

2°) $-(x-2)(x-10) = -(x^2 - 12x + 20)$
 $-(x-2)(x-10) = -x^2 + 12x - 20$

3°) $x = 2$ ou $x = 10$: bénéfice nul pour 20 ou 100 repas.

4°) $x_s = 6$; $B(6) = -(4) \times (-4) = 16$;
 $B(12) = -(10) \times 2 = -20$.

x	0	6	12
$B(x)$	$-20 \rightarrow$	$16 \rightarrow$	-20

5°) Bénéfice maximal 160 € pour 60 repas.

Penser aux unités : x en dizaines de repas, $B(x)$ en dizaines d'euros.

Exercice 33 — Une balle lancée d'une falaise

1°) $h(0) = 15$: la balle part de 15 m, le haut de la falaise.

2°) $-5(t+1)(t-3) = -5(t^2 - 3t + t - 3)$
 $-5(t+1)(t-3) = -5(t^2 - 2t - 3)$
 $-5(t+1)(t-3) = -5t^2 + 10t + 15$

3°) $t = -1$ ou $t = 3$; un temps est positif : l'eau au bout de 3 s.

4°) $t_s = \frac{-1+3}{2} = 1$; $h(1) = -5 \times 2 \times (-2) = 20$.

x	0	1	3
$h(t)$	$15 \rightarrow$	$20 \rightarrow$	0

5°) 20 m au bout de 1 s.

Exercice 34 — Le plus grand enclos

1°) Deux côtés voisins font la moitié du périmètre, 20 m : l'autre côté mesure 15 m, l'aire 75 m².

2°) De même, l'autre côté mesure $20 - x$ et l'aire est $A(x) = x(20 - x)$.

3°) $A(x) = -x^2 + 20x$; racines 0 et 20.

4°) $x_s = 10$; $A(10) = 10 \times 10 = 100$.

x	0	10	20
$A(x)$	$0 \rightarrow$	$100 \rightarrow$	0

5°) Un carré de 10 m de côté : 100 m².

Exercices type épreuve anticipée

Exercice 35 — Automatismes (QCM)

1. ($4x = 8$)
2.
3. ($x = 2$ ou $x = -4$)
4. ($a < 0$, milieu de 1 et 5)
5. ($4 - 6 + 1 = -1$)
6. ($a < 0$, milieu de 1 et 5)

Exercice 36 — Une épidémie de grippe

- 1°) $f(2) = \boxed{12}$: 1 200 malades à la semaine 2.
- 2°) Pic à la semaine , avec malades.
- 3°) $f(1) = -1 + 8 = \boxed{7}$: 700 malades au bout d'une semaine.
- 4°) $-x(x - 8) = -x^2 + 8x$. Racines 0 et 8 : l'épidémie s'arrête au bout de semaines.
- 5°) $x_s = 4$; $f(4) = -4 \times (-4) = 16$, soit malades.

x	0	4	8
$f(x)$	0	→ 16	→ 0

Exercice 37 — Le prix d'une place de théâtre

- 1°) $200 - 80 = \boxed{120}$ spectateurs ; recette $8 \times 120 = \boxed{960 \text{ €}}$.
- 2°) $200 - 10x = 150$
 $-10x = -50$
 $x = 5$
 Une place à .
- 3°) Recette = prix $\times$ spectateurs = $x(200 - 10x)$, puis $R(x) = 200x - 10x^2 = -10x^2 + 200x$.
- 4°) $x = 0$ ou $200 - 10x = 0$: racines et . Places gratuites ou plus aucun spectateur à 20 € : recette nulle.
- 5°) $x_s = 10$; $R(10) = 10 \times 100 = 1\,000$.

x	0	10	20
$R(x)$	0	→ 1 000	→ 0

- 6°) Place à : recette maximale .