

FONCTIONS AFFINES ET POURCENTAGES

Cours — Première, mathématiques spécifiques

Comment utiliser ce cours

Chaque partie commence par ce qu'il faut **savoir** (définitions, propriétés), puis vient ce qu'il faut **savoir faire** : une méthode, avec des **exemples corrigés** faits en classe, puis des exercices « **À vous de jouer** » à chercher seul. Tout le chapitre se fait **sans calculatrice**.

I — Appliquer un pourcentage

Définition 1 — Pourcentage

$t\%$ est une autre façon d'écrire le nombre $\frac{t}{100}$. Par exemple :

$$35\% = \frac{35}{100} = 0,35 \quad 6\% = \frac{6}{100} = 0,06 \quad 120\% = \frac{120}{100} = 1,2$$

Prendre $t\%$ d'une quantité, c'est la **multiplier** par $\frac{t}{100}$.

Pour calculer de tête

1 %	10 %	5 %	25 %	50 %	75 %
diviser par 100	diviser par 10	moitié de 10 %	le quart	la moitié	trois quarts

Méthode 1 — Calculer $t\%$ d'une quantité

Exemples corrigés

- Calculer 40 % de 120.
- Une salle de concert a 1 200 places ; 15 % sont réservées aux abonnés. Combien de places sont réservées ?
- Dans une ville, 30 vélos en libre-service représentent 5 % du parc. Combien le parc compte-t-il de vélos ?

a)

10 % de 120 font 12.

40 % de 120 font $4 \times 12 = 48$.

on divise par 10

40 %, c'est 4 fois 10 %

b)

10 % de 1 200 font 120 ; 5 % en font 60.

15 % de 1 200 font $120 + 60 = 180$: 180 places sont réservées.

5 % : la moitié de 10 %

c)

5 % est la vingtième partie de 100 %.

Le parc compte $20 \times 30 = 600$ vélos.

$20 \times 5 = 100$

À vous de jouer

- Calculer 25 % de 360 ; 10 % de 48 ; 75 % de 60.
- Dans une classe de 30 élèves, 40 % font du sport en club. Combien d'élèves cela fait-il ?
- 18 personnes représentent 25 % d'un groupe. Combien le groupe compte-t-il de personnes ?

Réponses : 90 ; 4,8 ; 45 ; 12 élèves ; 72 personnes.

Méthode 2 — Augmenter ou diminuer une quantité de $t\%$

Exemples corrigés

a) Une console à 300 € augmente de 10 %. Calculer son nouveau prix.

b) Un manteau à 120 € est soldé à -25% . Calculer son prix soldé.

a)

10 % de 300 font 30.

le montant de la hausse

Nouveau prix : $300 + 30 = 330$ €.

une hausse s'ajoute

b)

25 % de 120 font 30.

le quart de 120 : le montant de la baisse

Prix soldé : $120 - 30 = 90$ €.

une baisse se retire

À vous de jouer

1°) Un abonnement de 400 € augmente de 3 %. Calculer le nouveau prix.

2°) Une commune de 8 000 habitants perd 5 % de sa population. Combien d'habitants compte-t-elle ensuite ?

3°) Un sac à 60 € est soldé à -30% . Calculer son prix soldé.

Réponses : 412 € ; 7 600 habitants ; 42 €.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 1 à 5.

II — Calculer un pourcentage

Définition 2 — Proportion

Dans un ensemble de N individus (le « total »), une partie en compte n . La **proportion** de cette partie est

$$p = \frac{n}{N}$$

C'est un nombre entre 0 et 1, qu'on écrit souvent en pourcentage.

Méthode 3 — Calculer une proportion en pourcentage

Exemples corrigés

a) Sur 20 élèves, 9 viennent au lycée à vélo. Quel pourcentage des élèves cela représente-t-il ?

b) Un spectacle réunit 300 spectateurs, dont 54 enfants. Quelle est la proportion d'enfants, en pourcentage ?

a)

$$p = \frac{9}{20}$$

la partie sur le total

$$p = \frac{45}{100}$$

on multiplie en haut et en bas par 5

$$p = 45\%$$

b)

$$p = \frac{54}{300} \quad \text{la partie sur le total}$$

$$p = \frac{18}{100} \quad \text{on divise en haut et en bas par 3}$$

$$p = 18\%$$

À vous de jouer

Écrire chaque proportion en pourcentage :

$$\frac{7}{20}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{36}{200}$$

18 reçus sur 60 candidats

Réponses : 35 % ; 25 % ; 18 % ; 30 %.

Définition 3 — Taux d'évolutionUne grandeur passe d'une valeur de départ V_0 à une valeur d'arrivée V_1 . Son **taux d'évolution** est

$$t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$$

- $t > 0$: c'est une **hausse** ; $t < 0$: c'est une **baisse** ;
- on divise toujours par la valeur de **départ**.

Méthode 4 — Calculer un taux d'évolution**Exemples corrigés**

- Un prix passe de 60 € à 69 €. Calculer le taux d'évolution.
- Une récolte passe de 500 à 470 tonnes. Calculer le taux d'évolution.
- Une association passe de 600 à 530 membres. Justifier qu'elle a perdu plus de 10 % de ses membres.

a)

$$t = \frac{69 - 60}{60} \quad \text{arrivée moins départ, sur départ}$$

$$t = \frac{9}{60}$$

$$t = 0,15 \quad \frac{9}{60} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100}$$

Le prix a augmenté de 15 %.

 $t > 0$: hausse

b)

$$t = \frac{470 - 500}{500}$$

$$t = \frac{-30}{500}$$

$$t = -0,06 \quad \frac{30}{500} = \frac{6}{100}$$

La récolte a baissé de 6 %.

 $t < 0$: baisse

c)

L'association a perdu $600 - 530 = 70$ membres.10 % de 600 font 60, et $70 > 60$: elle a perdu plus de 10 % de ses membres.

on compare la perte à 10 % du départ

Autre rédaction : $600 \times 0,9 = 540$ et $530 < 540$.

comme dans les corrigés de l'épreuve

À vous de jouer

Calculer le taux d'évolution de chaque grandeur :

- 1°) un salaire qui passe de 2 000 € à 2 080 € ;
- 2°) une facture qui passe de 40 € à 30 € ;
- 3°) une production qui passe de 120 à 150 tonnes ;
- 4°) une ville passe de 4 000 à 4 300 habitants : a-t-elle gagné plus de 5 % d'habitants ?

Réponses : +4 % ; -25 % ; +25 % ; oui : 5 % de 4 000 font 200, et elle a gagné 300 habitants.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 6 à 10.

III — Coefficient multiplicateur**Pour commencer**

Augmenter 150 de 20 %, c'est ajouter $0,2 \times 150$:

$$150 + 0,2 \times 150 = 150 \times (1 + 0,2) \quad \text{soit} \quad 150 \times 1,2 = 180$$

Le résultat s'obtient en **une seule multiplication**.

Propriété 1 — Coefficient multiplicateur

- Augmenter de t %, c'est multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.
- Diminuer de t %, c'est multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

Ce nombre est le **coefficient multiplicateur** C_M : $V_1 = V_0 \times C_M$.

- $C_M > 1$: c'est une hausse ; $C_M < 1$: c'est une baisse.
- On lit le taux d'évolution sur C_M : $t = C_M - 1$.

Évolution	+30 %	+4 %	+100 %	-20 %	-6 %	-50 %
Coefficient multiplicateur	1,3	1,04	2	0,8	0,94	0,5

Méthode 5 — Appliquer une évolution avec le coefficient multiplicateur**Exemples corrigés**

- a) Un téléphone à 400 € baisse de 15 %. Quel calcul donne son nouveau prix ?
- b) Une colonie de 2 000 abeilles augmente de 40 % au printemps. Combien d'abeilles compte-t-elle ensuite ?
- c) Un prix est multiplié par 0,94, un autre par 1,15. Quelles évolutions ont-ils subies ?
- d) Un billet passe de 80 € à 100 €. Retrouver le taux d'évolution avec le coefficient multiplicateur.

a)

$$C_M = 1 - 0,15 = 0,85$$

$$\text{Nouveau prix : } 400 \times 0,85 = 340 \text{ €}.$$

baisse de 15 %

et non $400 - 0,15$

b)

$$C_M = 1 + 0,4 = 1,4$$

$$2\,000 \times 1,4 = 2\,800 \text{ abeilles}.$$

hausse de 40 %

c)

$$0,94 = 1 - 0,06 : \text{baisse de } 6\%.$$

$$C_M < 1$$

$$1,15 = 1 + 0,15 : \text{hausse de } 15\%.$$

$$C_M > 1$$

d)

$$C_M = \frac{V_1}{V_0} \quad \text{arrivée sur départ}$$

$$C_M = \frac{100}{80}$$

$$C_M = 1,25 \quad 1,25 = 1 + 0,25$$

Le prix a augmenté de 25 %.

même résultat qu'avec la méthode 4

À vous de jouer

1°) Donner le coefficient multiplicateur de : +8 % ; -40 % ; +200 %.

2°) Donner l'évolution associée à : $\times 1,05$; $\times \frac{1}{2}$; $\times 2$.

3°) Un salaire de 1 800 € augmente de 5 % ; une facture de 60 € baisse de 25 %. Calculer les nouveaux montants.

4°) Un prix passe de 50 € à 40 €. Calculer C_M , puis le taux d'évolution.

Réponses : 1,08 ; 0,6 ; 3 ; +5 % ; $\frac{1}{2} = 0,5$; -50 % ; +100 % ; 1 890 € ; 45 € ; $C_M = 0,8$, baisse de 20 %.

► À faire : fiche d'exercices du chapitre, exercices 11 à 15.

IV — Évolutions successives, évolution réciproque

Pour commencer

Un jean à 80 € baisse de 20 %, puis augmente de 20 % :

$$80 \times 0,8 = 64 \quad \text{puis} \quad 64 \times 1,2 = 76,80$$

Il ne revient pas à 80 € : les pourcentages **ne s'ajoutent pas**.

Propriété 2 — Évolutions successives

Le coefficient multiplicateur global de plusieurs évolutions successives est le **produit** de leurs coefficients multiplicateurs :

$$C_{M\text{global}} = C_{M1} \times C_{M2} \times \dots$$

Une même évolution répétée n fois a pour coefficient global C_M^n (suite géométrique de raison C_M , chapitre 1).

Méthode 6 — Calculer un taux d'évolution global

Exemples corrigés

Calculer le taux d'évolution global dans chaque cas.

a) Un prix augmente de 20 %, puis baisse de 20 %.

b) Le chiffre d'affaires d'un magasin augmente de 10 % en 2025, puis de 30 % en 2026.

c) Un loyer augmente de 4 % par an pendant 3 ans. On donne $1,04^3 \simeq 1,12$.

a)

$$C_M = 1,2 \times 0,8 \quad \text{produit des coefficients}$$

$$C_M = 0,96 \quad 0,96 = 1 - 0,04$$

Globalement, le prix a baissé de 4 %.

b)

$$C_M = 1,1 \times 1,3$$

$$C_M = 1,43 \quad 1,43 = 1 + 0,43$$

Le chiffre d'affaires a augmenté de 43 %.

et non de 40 %

c)

$$C_M = 1,04^3 \quad \text{la même évolution trois fois}$$

$$C_M \simeq 1,12$$

Le loyer a augmenté d'environ 12 % en 3 ans.

et non de 12 % exactement : $1,04^3 = 1,124864$ **À vous de jouer**

Calculer le taux d'évolution global dans chaque cas :

1°) une hausse de 50 %, puis une baisse de 40 % ;

2°) deux baisses successives de 10 % ;

3°) une hausse de 20 % par an pendant 2 ans.

Réponses : $1,5 \times 0,6 = 0,9$: -10 % ; $0,9 \times 0,9 = 0,81$: -19 % ; $1,2^2 = 1,44$: +44 %.**Définition 4 — Évolution réciproque**L'**évolution réciproque** d'une évolution est celle qui ramène à la valeur de départ. Deux évolutions successives se **compensent** quand le produit de leurs coefficients multiplicateurs vaut 1 :

$$C_{M1} \times C_{M2} = 1$$

Cas à connaître

Évolution	+25 %	+100 % (doubler)	+300 % (quadrupler)
Compensée par	-20 %	-50 % (moitié)	-75 % (quart)
Vérification	$1,25 \times 0,8 = 1$	$2 \times 0,5 = 1$	$4 \times 0,25 = 1$

Une hausse de t % n'est **jamais** compensée par une baisse de t %.**Méthode 7 — Vérifier qu'une évolution en compense une autre****Exemples corrigés**

a) Un prix double. Une baisse de 50 % le ramène-t-elle à sa valeur de départ ?

b) Une hausse de 20 % est-elle compensée par une baisse de 20 % ?

c) Une action perd 20 % de sa valeur. Pour la retrouver, il faut une hausse de : 20 % ; 25 % ; 40 % ?

a)

$$C_{M1} \times C_{M2} = 2 \times 0,5 \quad \text{doubler : } \times 2$$

$$C_{M1} \times C_{M2} = 1$$

Oui : la baisse de 50 % compense le doublement.

le produit vaut 1

b)

$$C_{M1} \times C_{M2} = 1,2 \times 0,8$$

$$C_{M1} \times C_{M2} = 0,96 \quad \text{différent de 1}$$

Non : on n'est pas revenu à la valeur de départ.

il manque 4 %

c)

$$0,8 \times 1,2 = 0,96; 0,8 \times 1,25 = 1; 0,8 \times 1,4 = 1,12.$$

Il faut une hausse de 25 %.

on teste chaque réponse

seul produit égal à 1

À vous de jouer

1°) Une baisse de 50 % est-elle compensée par une hausse de 100 % ?

2°) Une hausse de 10 % est-elle compensée par une baisse de 10 % ?

3°) Un prix est multiplié par 4. Pour revenir au prix de départ, il faut une baisse de : 75 % ; 300 % ; 25 % ?

Réponses : oui, $0,5 \times 2 = 1$; non, $1,1 \times 0,9 = 0,99$; 75 %, car $4 \times 0,25 = 1$.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 16 à 23.

V — Fonctions affines : image, antécédent

Définition 5 — Fonction affine

Une fonction f est **affine** quand il existe deux nombres a et b tels que, pour tout réel x :

$$f(x) = ax + b$$

a est le **coefficient directeur**, b l'**ordonnée à l'origine**.

- Si $b = 0$, $f(x) = ax$: f est **linéaire** (proportionnalité).
- Si $a = 0$, $f(x) = b$: f est **constante**.

Exemples

- Une course en VTC coûte 5 € de prise en charge, puis 2 € par kilomètre. Pour x km, on paie $f(x) = 2x + 5$: $a = 2$ et $b = 5$.
- Baisser un prix x de 10 % donne $h(x) = 0,9x$: h est linéaire.

Image et antécédent (rappel de seconde)

Si $f(x) = y$, on dit que y est l'**image** de x et que x est un **antécédent** de y . Pour une fonction affine non constante, chaque nombre a un seul antécédent.

Méthode 8 — Calculer une image

Exemples corrigés

a) Soit $f(x) = -3x + 8$. Calculer $f(2)$ et $f(-5)$.

b) VTC : calculer le prix d'une course de 12 km.

a)

$$f(2) = -3 \times 2 + 8 \quad \text{on remplace } x \text{ par } 2$$

$$f(2) = 2$$

$$f(-5) = -3 \times (-5) + 8 \quad \text{parenthèses autour de } -5$$

$$f(-5) = 23 \quad 15 + 8$$

b)

$$f(12) = 2 \times 12 + 5$$

$$f(12) = 29$$

La course coûte 29 €.

on répond dans le contexte

À vous de jouer

1°) Soit $f(x) = 4x - 7$. Calculer $f(0)$, $f(3)$ et $f(-2)$.

2°) Soit $h(x) = 0,5x + 3$. Calculer $h(10)$ et $h(-4)$.

3°) VTC : calculer le prix d'une course de 8 km.

Réponses : -7 ; 5 ; -15 ; 8 ; 1 ; 21 €.

Méthode 9 — Calculer un antécédent**Exemples corrigés**

a) Soit $f(x) = 4x - 7$. Calculer l'antécédent de 9.

b) VTC : une course a coûté 35 €. Quelle distance a-t-on parcourue ?

a)

$$4x - 7 = 9 \quad \text{on écrit } f(x) = 9$$

$$4x = 16 \quad \text{on ajoute 7}$$

$$x = 4 \quad \text{on divise par 4}$$

L'antécédent de 9 est 4. Contrôle : $f(4) = 16 - 7 = 9$.

b)

$$2x + 5 = 35 \quad \text{on écrit } f(x) = 35$$

$$2x = 30 \quad \text{on retire 5}$$

$$x = 15 \quad \text{on divise par 2}$$

On a parcouru 15 km.

À vous de jouer

1°) Soit $f(x) = -3x + 8$. Calculer l'antécédent de 14, puis celui de 2.

2°) VTC : une course a coûté 45 €. Quelle distance a-t-on parcourue ?

3°) Soit $h(x) = 5x + 2$. Résoudre $h(x) = -8$.

Réponses : -2 ; 2 ; $2x = 40$ donc 20 km; $x = -2$.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 24 à 27.

VI — Trouver une fonction affine**Propriété 3 — Coefficient directeur à partir de deux points**

Si la droite qui représente $f(x) = ax + b$ passe par $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad (\text{différence des ordonnées sur différence des abscisses})$$

Quand x augmente de 1, $f(x)$ augmente de a (diminue si $a < 0$); et $b = f(0)$ est la valeur de départ.

Méthode 10 — Déterminer une fonction affine**Exemples corrigés**

a) Un abonnement de vidéo coûte 9 € par mois, plus 3 € par film loué. Exprimer le prix mensuel $p(x)$ pour x films loués.

- b) La droite qui représente f passe par $A(1;4)$ et $B(4;13)$. Déterminer $f(x)$.
- c) La droite qui représente g passe par $A(-2;5)$ et $B(-4;9)$. Déterminer $g(x)$.
- d) Une facture d'électricité vaut 70 € pour 200 kWh et 100 € pour 300 kWh. On la modélise par une fonction affine F de la consommation x . Déterminer $F(x)$, puis interpréter a et b .

a)

$$b = 9 \text{ et } a = 3 : p(x) = 3x + 9.$$

b : la partie fixe ; a : le prix d'un film

b)

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$a = \frac{13 - 4}{4 - 1}$$

$$a = 3 \quad \frac{9}{3}$$

$$3 \times 1 + b = 4 \quad \text{le point } A \text{ est sur la droite}$$

$$b = 1 \quad \text{on retire 3}$$

$$f(x) = 3x + 1. \text{ Contrôle avec } B : f(4) = 12 + 1 = 13.$$

c)

$$a = \frac{9 - 5}{-4 - (-2)} \quad -4 - (-2) = -4 + 2 = -2$$

$$a = \frac{4}{-2}$$

$$a = -2$$

$$-2 \times (-2) + b = 5 \quad \text{avec le point } A$$

$$4 + b = 5$$

$$b = 1$$

$$g(x) = -2x + 1. \text{ Contrôle avec } B : g(-4) = 8 + 1 = 9.$$

d)

$$a = \frac{100 - 70}{300 - 200} \quad \text{points } (200; 70) \text{ et } (300; 100)$$

$$a = 0,3 \quad \frac{30}{100}$$

$$0,3 \times 200 + b = 70$$

$$b = 10 \quad 60 + b = 70$$

$$F(x) = 0,3x + 10 : \text{ le kWh coûte } 0,30 \text{ € et l'abonnement } 10 \text{ €}.$$

À vous de jouer

1°) Un club de danse coûte 40 € d'inscription, puis 20 € par mois. Exprimer le coût $C(x)$ pour x mois.

2°) La droite qui représente g passe par $A(2;9)$ et $B(5;3)$. Déterminer $g(x)$.

3°) La droite qui représente h passe par $A(-1;-4)$ et $B(3;8)$. Déterminer $h(x)$.

$$\text{Réponses : } C(x) = 20x + 40; a = \frac{3 - 9}{5 - 2} = -2 \text{ et } g(x) = -2x + 13; a = \frac{8 - (-4)}{3 - (-1)} = 3 \text{ et } h(x) = 3x - 1.$$

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 28 à 31.

VII — Tracer une fonction affine

Propriété 4 — Représentation graphique et variations

La représentation graphique de $f(x) = ax + b$ est une **droite**, d'équation réduite $y = ax + b$: le point $M(x; y)$ est sur la droite quand $y = ax + b$.

- elle coupe l'axe des ordonnées au point $(0; b)$;
- pour un déplacement horizontal de 1, le déplacement vertical vaut a (on monte si $a > 0$, on descend si $a < 0$).

Sens de variation : $a > 0$, f est **croissante**; $a < 0$, f est **décroissante**; $a = 0$, f est **constante**.

Lien avec les suites arithmétiques

Les points d'une suite arithmétique $u_n = u_0 + rn$ sont sur la droite qui représente $f(x) = rx + u_0$: dans les deux cas, on parle de **croissance linéaire**.

Méthode 11 — Tracer la droite d'une fonction affine

Exemples corrigés

Tracer les droites qui représentent $f(x) = 3x - 2$ et $g(x) = -0,5x + 3$.

Résolution

$f(0) = -2$ et $f(2) = 4$: points $(0; -2)$ et $(2; 4)$.

deux images sur le quadrillage

$g(0) = 3$ et $g(4) = 1$: points $(0; 3)$ et $(4; 1)$.

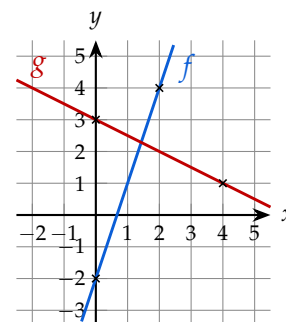
abscisse paire : pas de demi-unité

On place les croix et on trace les droites.

$a = 3 > 0$: la droite de f monte;

contrôle

$a = -0,5 < 0$: celle de g descend.



À vous de jouer

Tracer dans un repère les droites qui représentent $h(x) = x - 2$; $k(x) = -2x + 3$ et $m(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

Réponses : h : $(0; -2)$ et $(3; 1)$; k : $(0; 3)$ et $(2; -1)$; m : $(0; 1)$ et $(2; 2)$.

Propriété 5 — Fonctions linéaires et proportionnalité

Une fonction **linéaire** $f(x) = ax$ (cas $b = 0$) traduit une situation de **proportionnalité** : a est le coefficient de proportionnalité, la quantité pour une unité de x .

- Sa droite passe par l'**origine** du repère.
- Appliquer une évolution de $t\%$ est une fonction linéaire : $x \mapsto C_M \times x$.

Méthode 12 — Utiliser une fonction linéaire (proportionnalité)

Exemples corrigés

- Des céréales contiennent 8 g de fibres pour 100 g. Quelle masse de fibres contient un paquet de 350 g ?
- Un mile vaut environ 1,6 km. Convertir 50 miles en kilomètres, puis 24 km en miles.
- Parmi $f(x) = -3x$; $g(x) = 3x - 1$ et $h(x) = 0,4x$, lesquelles sont linéaires ?

a)

$a = \frac{8}{100} = 0,08$: dans x grammes, il y a $f(x) = 0,08x$ grammes de fibres.

la quantité pour 1 g

$f(350) = 0,08 \times 350 = 28$: le paquet contient 28 g de fibres.

b)

 $f(x) = 1,6x$ donne les kilomètres pour x miles :

$$f(50) = 80 \text{ km.}$$

$$1,6x = 24 \quad \text{on cherche l'antécédent de 24}$$

$$x = 15 \quad \frac{24}{1,6} = \frac{240}{16}$$

24 km font environ 15 miles.

c)

 f et h sont linéaires : leurs droites passent par l'origine.

$$b = 0$$

 g est affine, mais pas linéaire.

$$b = -1$$

À vous de jouer

 1°) Une imprimante imprime 20 pages par minute. Exprimer le nombre $P(t)$ de pages imprimées en t minutes ; calculer $P(4)$, puis le temps pour imprimer 300 pages.

 2°) En soldes, un prix x baisse de 15 %. Exprimer le prix soldé $R(x)$; calculer $R(60)$, puis le prix de départ d'un article soldé à 34 €.

 3°) Tracer la droite qui représente $k(x) = 3x$.

 Réponses : $P(t) = 20t$; $P(4) = 80$; $20t = 300$ donc 15 min ; $R(x) = 0,85x$; $R(60) = 51$ € ; $0,85x = 34$ donc 40 € ; droite passant par $(0;0)$ et $(1;3)$.

► À faire : fiche d'exercices du chapitre, exercices 32 à 35.

VIII — Lire l'équation d'une droite

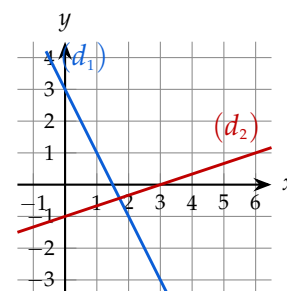
Propriété 6 — Lire a et b sur la droite

 Sur la droite d'équation réduite $y = ax + b$:

- b est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées ;
- entre deux points de la droite, $a = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$, le déplacement vertical étant négatif quand on descend (c'est $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ lu sur le quadrillage).

Méthode 13 — Lire l'équation réduite d'une droite

Exemples corrigés

 Les droites (d_1) et (d_2) représentent deux fonctions affines u et v . Donner l'équation réduite de chaque droite, puis le sens de variation de u et de v .

 (d_1)

$$b = 3$$

 De $(0;3)$ à $(1;1)$: on avance de 1 et on descend de 2, donc

$$a = \frac{-2}{1} = -2.$$

 (d_1) : $y = -2x + 3$, et u est décroissante.

 la droite coupe l'axe des ordonnées en $(0;3)$
vertical sur horizontal

$$a < 0$$

(d_2)

$b = -1$

point $(0; -1)$ De $(0; -1)$ à $(3; 0)$: on avance de 3 et on monte de 1, donc

$a = \frac{1}{3}.$

$(d_2) : y = \frac{1}{3}x - 1, \text{ et } v \text{ est croissante.}$

$a > 0$

À vous de jouer

Une droite passe par $(0; -3)$ et $(1; 1)$; une autre par $(0; 2)$ et $(2; 1)$. Donner l'équation réduite de chaque droite et le sens de variation de la fonction qu'elle représente.

Réponses : $y = 4x - 3$, croissante; $y = -0,5x + 2$, décroissante.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 36 à 38.

IX — Signe d'une fonction affine**Propriété 7 — Signe de $ax + b$ (avec $a \neq 0$)**

$ax + b$ s'annule pour une seule valeur, $x = -\frac{b}{a}$ (solution de $ax + b = 0$).

- Si $a > 0$ (la droite monte), $ax + b$ est **négatif avant** cette valeur et **positif après**.
- Si $a < 0$ (la droite descend), $ax + b$ est **positif avant** et **négatif après**.

À retenir : dans le tableau de signes, à droite du zéro, on écrit le **signe de a** .

Méthode 14 — Dresser le tableau de signes d'une fonction affine**Exemples corrigés**

- a) Dresser le tableau de signes de $f(x) = 3x - 12$.
 b) Dresser le tableau de signes de $g(x) = -5x + 2$.
 c) Une entreprise vend x objets; son bénéfice, en euros, est $B(x) = 4x - 60$. À partir de combien d'objets vendus le bénéfice est-il positif?

a)

$$3x - 12 = 0 \quad \text{où placer le 0}$$

$$x = 4 \quad 3x = 12$$

$a = 3 > 0 : + \text{ à droite du } 0.$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

b)

$$-5x + 2 = 0$$

$$x = 0,4 \quad -5x = -2$$

$a = -5 < 0 : - \text{ à droite du } 0.$

x	$-\infty$	0,4	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

c)

$$4x - 60 = 0$$

$$x = 15 \quad 4x = 60$$

$a = 4 > 0 : B(x) \text{ est négatif avant } 15, \text{ positif après.}$

Le bénéfice est positif à partir de 16 objets vendus.

il est nul pour 15 objets

À vous de jouer

Dresser le tableau de signes de chaque fonction :

$f(x) = 2x + 8$

$g(x) = -x + 3$

$h(x) = 0,5x - 3$

Réponses : f : 0 en -4 , - puis +; g : 0 en 3, + puis -; h : 0 en 6, - puis +.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 39 à 41.

X — Comparer deux fonctions affines

Rappel — Résoudre une équation $ax + b = cx + d$

On regroupe les termes en x d'un côté et les nombres de l'autre, puis on divise par le coefficient de x :

$$7x + 2 = 3x + 14$$

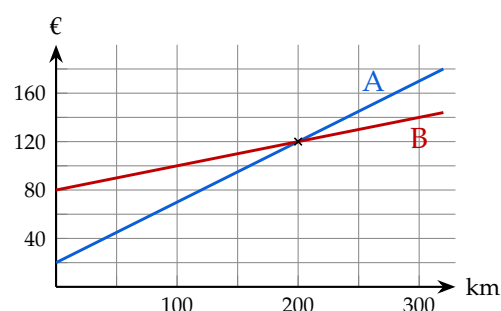
$$4x = 12 \quad \text{on retire } 3x \text{ et } 2$$

$$x = 3 \quad \text{on divise par } 4$$

Méthode 15 — Comparer deux offres

Exemples corrigés

Une agence loue une camionnette à la journée. Tarif A : 20 €, plus 0,50 € par km ; tarif B : 80 €, plus 0,20 € par km. On note $f(x)$ et $g(x)$ les prix pour x km. Quel tarif choisir selon la distance ? Le graphique ci-contre représente les deux tarifs.



Résolution

$$f(x) = 0,5x + 20 \text{ et } g(x) = 0,2x + 80.$$

Les droites se coupent au point $(200 ; 120)$; avant 200 km, la droite de A est en dessous.

$$0,5x + 20 = 0,2x + 80 \quad \text{même prix pour les deux tarifs}$$

$$0,3x = 60 \quad \text{on retire } 0,2x \text{ et } 20$$

$$x = 200 \quad \frac{60}{0,3} = \frac{600}{3}$$

Pour moins de 200 km, le tarif A est le moins cher ; au-delà, le tarif B. Pour 200 km, les deux coûtent 120 €.

partie fixe, plus le prix d'un km
lecture graphique

on conclut dans le contexte

À vous de jouer

1°) Résoudre $4x + 3 = x + 12$; puis $6x - 5 = 2x + 11$; puis $2x + 5 = -4x + 8$.

2°) Salle A : 20 € d'inscription et 30 € par mois ; salle B : 100 € d'inscription et 20 € par mois. À partir de combien de mois la salle B est-elle la moins chère ?

Réponses : $x = 3$; $x = 4$; $6x = 3$ donc $x = 0,5$; $30x + 20 = 20x + 100$ donc $x = 8$: au-delà de 8 mois.

► **À faire** : fiche d'exercices du chapitre, exercices 42 à 44, puis les exercices de type épreuve 45 à 47.