

CORRIGÉ — SUITES NUMÉRIQUES

Ch 1 : Fiche d'exercices — 1^{re} mathématiques spécifiques

Les remarques en italique signalent les erreurs les plus fréquentes et les méthodes à retenir. Les résultats sont encadrés. Tous les calculs se font sans calculatrice.

I) Notion de suite

Exercice 1 — Calculer les premiers termes

Les cinq premiers termes sont ceux de rang 0 à 4.

$$u_n = 4n - 5 : \boxed{-5; -1; 3; 7; 11}$$

$$v_n = n^2 + 1 : \boxed{1; 2; 5; 10; 17}$$

$$w_n = 3^n : \boxed{1; 3; 9; 27; 81}$$

$3^0 = 1$, et non 0.

Exercice 2 — Calculer un terme

$$a) u_9 = 6 \times 9 + 5 = \boxed{59}$$

$$b) v_4 = 3 \times 16 - 8 + 1 = \boxed{41}$$

$$c) w_0 = \boxed{0}; w_1 = \boxed{1}; w_2 = \boxed{\frac{4}{3}}; w_3 = \frac{6}{4} = \boxed{1,5}$$

$$d) t_3 = 20 - 9 = \boxed{11}$$

Exercice 3 — Des suites dans la vie courante

$$a) u_n = 30 + 3,5n; u_{12} = 30 + 42 = \boxed{72 \text{ €}}$$

$$b) u_n = 1 + 0,25n; u_{40} = 1 + 10 = \boxed{11 \text{ €}}$$

$$c) u_n = 9000 - 600n; u_6 = 9000 - 3600 = \boxed{5400 \text{ m}^3}$$

Exercice 4 — Ne pas confondre

$$a) u_4 = \boxed{13}; u_4 + 1 = \boxed{14}; u_5 = \boxed{15}.$$

b) On remplace n par $n + 1$:

$$u_{n+1} = 2(n + 1) + 5 = \boxed{2n + 7}$$

u_{n+1} est le terme suivant ; $u_n + 1$ est le terme augmenté de 1.

Exercice 5 — Retrouver le rang

$$a) u_0 = \boxed{80}; u_1 = \boxed{76}; u_{10} = \boxed{40}.$$

$$b) 80 - 4n = 48 \iff 4n = 32 \iff \boxed{n = 8};$$

$$80 - 4n = 0 \iff \boxed{n = 20}.$$

II) Suites définies par récurrence

Exercice 6 — Calculer les termes pas à pas

$$a) u_1 = 5; u_2 = 14; u_3 = 41; u_4 = \boxed{122}$$

$$b) v_1 = 9; v_2 = 13; v_3 = 17; v_4 = \boxed{21}$$

$$c) w_1 = 24; w_2 = 12; w_3 = 6; w_4 = \boxed{3}$$

$$d) t_1 = 14; t_2 = 8; t_3 = 2; t_4 = \boxed{-4}$$

Exercice 7 — Avec des nombres négatifs

$$a) u_1 = 3 - (-1)^2 = \boxed{2}; u_2 = 3 - 4 = \boxed{-1};$$

$$u_3 = 3 - 1 = \boxed{2}$$

$$b) v_1 = -3 + 2 = \boxed{-1}; v_2 = 3 + 2 = \boxed{5};$$

$$v_3 = -15 + 2 = \boxed{-13}$$

$(-1)^2 = 1$: le carré d'un nombre négatif est positif.

Exercice 8 — Traduire un énoncé

$$a) u_0 = 150 \text{ et } \boxed{u_{n+1} = u_n + 20}; u_1 = 170; u_2 = 190.$$

$$b) a_0 = 3 \text{ et } \boxed{a_{n+1} = 3a_n}; a_1 = 9; a_2 = 27.$$

$$c) c_0 = 400 \text{ et } \boxed{c_{n+1} = c_n + 20} (-30 + 50); c_1 = 420;$$

$$c_2 = 440.$$

Exercice 9 — Retrouver la relation

$$a) u_0 = 4 \text{ et } \boxed{u_{n+1} = u_n + 5}$$

$$b) u_0 = 2 \text{ et } \boxed{u_{n+1} = 4u_n}$$

$$c) u_0 = 1 \text{ et } \boxed{u_{n+1} = 3u_n + 1} \quad (3 \times 1 + 1 = 4; 3 \times 4 + 1 = 13...)$$

Exercice 10 — Revenir en arrière

En reculant d'un rang, on ajoute 6 : $u_2 = \boxed{17}$;

$$u_1 = \boxed{23}; u_0 = \boxed{29}.$$

Exercice 11 — Au tableur

$$a) \boxed{=B2+15}$$

$$b) \boxed{=0,9*B2+30}$$

$$c) \boxed{=5*A3-1} \quad \text{la ligne 3 contient le rang } n = 1 \text{ en A3.}$$

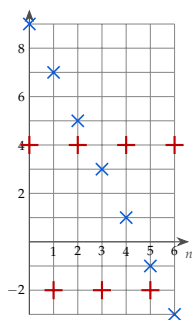
Récurrence : on utilise la cellule du dessus. Formule explicite : on utilise le rang, dans la même ligne.

III) Représentation graphique d'une suite

Exercice 12 — Représenter une suite

$$u : 9; 7; 5; 3; 1; -1; -3$$

$$v : 4; -2; 4; -2; 4; -2; 4$$



$\times : (u_n)$, points alignés; $+: (v_n)$, qui alterne entre 4 et -2 .

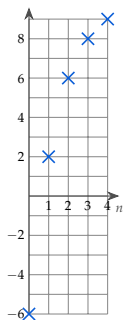
Exercice 13 — Lire un graphique

- a) $u_0 = 1$; $u_4 = 5,5$
 b) $u_n = 4$ pour $n = 3$.
 c) Les termes augmentent.

Exercice 14 — Calculer puis représenter

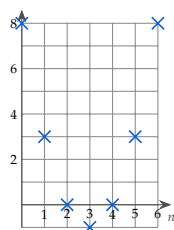
- a) $u_1 = \frac{-6+10}{2} = 2$;
 $u_2 = 6$; $u_3 = 8$; $u_4 = 9$

b) Voir le repère.



Exercice 15 — Une suite qui descend puis remonte

- a) $w_n : 8; 3; 0; -1; 0; 3; 8$
 b) Voir le repère.
 c) Les termes diminuent jusqu'au rang 3, puis augmentent.



IV) Suites arithmétiques : définition

Exercice 16 — Reconnaître une suite arithmétique

On calcule les différences entre deux termes consécutifs.

- a) $r = 4$ b) $r = -3$
 c) non : 4, puis 12 d) $r = 0,5$
 e) non : 1, puis 3

Exercice 17 — Modéliser

- a) $u_0 = 50\,000$; $u_{n+1} = u_n + 4\,000$; $r = 4\,000$
 b) $u_0 = 6\,000$; $u_{n+1} = u_n - 450$; $r = -450$
 c) $u_0 = 200$; $u_{n+1} = u_n + 15$; $r = 15$

Exercice 18 — Arithmétique ou non ?

- a) $u_{n+1} - u_n = 4 - 3n - (7 - 3n) = -3$: constante, donc arithmétique de raison -3 .
 b) $v_0 = 3$; $v_1 = 4$; $v_2 = 7$: les différences 1 et 3 ne sont pas égales, donc pas arithmétique.
 c) $w_n = 3n + 6$ et $w_{n+1} - w_n = 3$: arithmétique de raison 3.

Exercice 19 — Compléter

- a) $u_1 = 5$; $u_2 = 1$; $u_3 = -3$; $u_4 = -7$
 b) $r = 18 - 13 = 5$; $v_4 = 23$; $v_1 = 8$; $v_0 = 3$

V) Suites arithmétiques : expression en fonction de n

Exercice 20 — Appliquer la formule

- a) $u_n = 10 - 3n$; $u_8 = 10 - 24 = -14$
 b) $u_n = -4 + 5n$; $u_{12} = -4 + 60 = 56$
 c) $u_0 = 600 - 40 = 560$ et $u_n = 560 + 40n$; $u_8 = 880$
 d) $u_0 = -7 - 4 = -11$ et $u_n = -11 + 4n$; $u_5 = 9$

Avec u_1 , on recule d'un rang pour trouver u_0 , puis $u_n = u_0 + nr$.

Exercice 21 — Une suite qui diminue

- a) $172 - 185 = -13$; $159 - 172 = -13$;
 $146 - 159 = -13$: les différences sont égales, la suite est arithmétique, $r = -13$.
 b) $u_5 = 146 - 13 = 133$; $u_{14} = u_1 + 13r$, soit
 $u_{14} = 185 - 169 = 16$

Exercice 22 — Production d'un atelier

- a) Arithmétique de raison 250 : $u_n = 4\,000 + 250n$
 b) 2013 : $u_3 = 4\,750$; 2030 :
 $u_{20} = 4\,000 + 5\,000 = 9\,000$

Exercice 23 — Lire la formule

- a) $u_0 = 5$; $r = 4$ b) $v_0 = 18$; $r = -1,5$
 c) $w_0 = 0$; $r = 6$

Exercice 24 — Un terme lointain

- a) $u_{100} = 15 + 100 \times 4 = 415$
 b) $u_{50} = 7 + 49 \times 3 = 154$

Avec u_1 , on ajoute la raison 49 fois (et non 50) pour atteindre u_{50} .

VI) Suites arithmétiques : problème de seuil

Exercice 25 — Acheter un vélo électrique

- a) $u_2 = 960$; $u_3 = 1\,020$; $u_4 = 1\,080$
 b) $u_0 = 900 - 60 = 840$, donc $u_n = 840 + 60n$
 c) $u_7 = 840 + 420 = 1\,260$

d) $840 + 60n \geq 1500 \iff 60n \geq 660 \iff n \geq 11$

e) u_{11} est la somme au 1^{er} novembre.**Exercice 26 — Doubler la production**

$$4\,000 + 250n \geq 8\,000 \iff 250n \geq 4\,000 \iff n \geq 16 : \text{en } 2026.$$

Exercice 27 — Le recul d'une falaise

a) $d_n = 200 - 2n$

b) $-2n < -25 \iff n > 12,5$ (on divise par -2 : le sens change) : $n = 13$, en 2033.

Exercice 28 — Résoudre des inéquations

a) $5n > 85 \iff n > 17 : n = 18$

b) $-30n < -240 \iff n > 8 : n = 9$ (on divise par -30 : le sens change)

c) $6n \geq 60 \iff n \geq 10 : n = 10$

a) $n = 17$ donne exactement 100 : ce n'est pas « plus de 100 ».**VII) Suites arithmétiques : variations et représentation graphique****Exercice 29 — Sens de variation**

a) $r = 8 > 0$: croissante

b) $r = -0,4 < 0$: décroissante

c) $r = -5 < 0$: décroissante

d) $r = 0,5 > 0$: croissante

Exercice 30 — Lire un graphique

a) $u_0 = 8$; d'un point au suivant, on descend de 1,5 : $r = -1,5$

b) $u_n = 8 - 1,5n$

c) $u_{10} = 8 - 15 = -7$

d) $r < 0$: décroissante

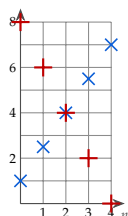
Exercice 31 — Représenter

$u : 1; 2,5; 4; 5,5; 7$

$r = 1,5$: croissante

$v : 8; 6; 4; 2; 0$

$r = -2$: décroissante

**VIII) Suites géométriques : définition****Exercice 32 — Coefficient multiplicateur**Augmenter de $t\%$: $\times (1 + \frac{t}{100})$; diminuer : $\times (1 - \frac{t}{100})$.

a) 1,04 b) 0,96 c) 1,3 d) 0,7

e) 1,6 f) 0,75 g) 1,02 h) 0,55

Exercice 33 — Retrouver l'évolution

a) diminuer de 4 %

b) augmenter de 6 %

c) diminuer de 60 %

d) augmenter de 30 %

e) augmenter de 200 %

f) diminuer de 2 %

g) diminuer de 15 %

h) augmenter de 7,5 %

 $q > 1$: hausse de $(q - 1) \times 100\%$; $q < 1$: baisse de $(1 - q) \times 100\%$.**Exercice 34 — Appliquer une évolution**

a) $300 + 60 = 360$

b) $500 - 50 = 450$

c) $2\,000 + 60 = 2\,060$

d) $60 - 15 = 45$

Exercice 35 — Calculer les premiers termes

a) $u_1 = 10$; $u_2 = 20$; $u_3 = 40$

b) $c_0 = 5\,000$; $c_1 = 5\,100$; $c_2 = 5\,202$; $c_{n+1} = 1,02 c_n$

c) $f_0 = 40\,000$; $f_1 = 38\,000$; $f_2 = 36\,100$;
 $f_{n+1} = 0,95 f_n$

d) $e_0 = 800$; $e_1 = 720$; $e_2 = 648$; $e_{n+1} = 0,9 e_n$

e) $i_0 = 300$; $i_1 = 450$; $i_2 = 675$; $i_{n+1} = 1,5 i_n$

Exercice 36 — Reconnaître une suite géométrique

On calcule les quotients de deux termes consécutifs.

a) $q = 4$

b) $q = 0,5$

c) non : $\frac{8}{4} = 2$ et $\frac{12}{8} = 1,5$

d) $q = 1,1$

e) oui : $q = 1,04$

f) non : on ajoute 15 (arithmétique)

IX) Suites géométriques : expression en fonction de n **Exercice 37 — Appliquer la formule**

a) $u_n = 2 \times 3^n$; $u_4 = 2 \times 81 = 162$

b) $u_n = 5\,000 \times 0,1^n$; $u_3 = 5\,000 \times 0,001 = 5$

c) $u_0 = \frac{6}{2} = 3$ et $u_n = 3 \times 2^n$; $u_5 = 3 \times 32 = 96$

d) $u_n = 128 \times 0,5^n$; $u_4 = \frac{128}{16} = 8$

Exercice 38 — Placer ses économies

a) $c_1 = 1\,500 + 30 = 1\,530$;

$c_2 = 1\,530 + 30,60 = 1\,560,60$

b) Géométrique de raison 1,02 : $c_n = 1\,500 \times 1,02^n$

c) $c_{10} \simeq 1\,500 \times 1,22 = 1\,830 \text{ €}$

Exercice 39 — Covoiturage

a) Géométrique de raison 1,1.

b) $=B2*1,1$ (recopiée vers la droite)

c) $u_n = 80 \times 1,1^n$

d) $u_3 = 80 \times 1,331 = 106,48$, soit 106 salariés.

- e) Un quart de 400 : 100. Or $106 \geq 100$: l'objectif sera atteint.

Exercice 40 — Dioxyde d'azote

- a) $u_1 = 60 - 3 = 57$; $u_n = 60 \times 0,95^n$
 b) $2026 : n = 6$ et $u_6 \simeq 60 \times 0,74 = 44,4 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Exercice 41 — Lire la formule

- a) $u_0 = 4$; $q = 5$ b) $v_0 = 2000$; $q = 0,85$
 c) $w_0 = 1$; $q = 3$
 $3^n = 1 \times 3^n$: le premier terme est 1.

X) Suites géométriques : variations et représentation graphique

Exercice 42 — Sens de variation

- a) $q = 1,3 > 1$: croissante
 b) $q = 0,6 < 1$: décroissante
 c) $q = 1,02 > 1$: croissante
 d) $q = 0,25 < 1$: décroissante
 e) $q = 0,95 < 1$: décroissante

Exercice 43 — Linéaire ou exponentielle ?

- a) $(a_n) : 8; 6,5; 5 \dots$ arithmétique, $r = -1,5$;
 $(b_n) : 8; 4; 2; 1; 0,5$: géométrique, $q = 0,5$
 b) $a_5 = 2 - 1,5 = 0,5$; $b_5 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$
 c) Linéaire : (a_n) ; exponentielle : (b_n) .

Exercice 44 — Vrai ou faux ?

- a) Faux : $1,05 > 1$, la suite est croissante.
 b) Vrai : $q = 0,96 < 1$.
 c) Vrai : les points d'une suite arithmétique sont toujours alignés.
 d) Faux : on compare $q = 0,8$ à 1, pas le premier terme; $0 < 0,8 < 1$, elle est décroissante.

XI) Suites géométriques : problème de seuil

Exercice 45 — Dioxyde d'azote (suite)

- a) On divise par 60 :
 $60 \times 0,95^n \leq 45 \iff 0,95^n \leq \frac{45}{60} = 0,75$.
 b) $0,95^5 \simeq 0,77 > 0,75$ et $0,95^6 \simeq 0,74 \leq 0,75$: $n = 6$, en 2026.

Exercice 46 — Lettre d'information

- a) $u_n = 2500 \times 1,06^n$
 b) On divise par 2500 : $1,06^n \geq \frac{5000}{2500} = 2$.

- c) $1,06^{11} \simeq 1,90 < 2$ et $1,06^{12} \simeq 2,01 \geq 2$: $n = 12$. Le nombre d'abonnés aura doublé au bout de 12 mois.

Exercice 47 — La valeur d'un scooter

- a) $v_n = 3000 \times 0,8^n$
 b) $v_n < 1200 \iff 0,8^n < 0,4$; $0,8^4 \simeq 0,41$ et $0,8^5 \simeq 0,33$: au bout de 5 ans.

XII) Comparer deux évolutions

Exercice 48 — Arithmétique, géométrique ou aucune des deux ?

- a) arithmétique, $r = 5$ b) aucune : $-1; 0; 3$
 c) géométrique, $q = 3$ d) arithmétique, $r = -2$
 e) géométrique, $q = 1,2$ f) géométrique, $q = 2$
 e) est le piège : ajouter $0,2 u_n$, c'est augmenter de 20 %.

Exercice 49 — Deux placements

- a) $a_1 = 15400$; $b_1 = 15000 + 450 = 15450$
 b) (a_n) arithmétique, $r = 400$; (b_n) géométrique, $q = 1,03$.
 c) $a_n = 15000 + 400n$; $b_n = 15000 \times 1,03^n$
 d) $400n \geq 3000 \iff n \geq 7,5$: $n = 8$, en 2033.
 e) $b_6 < 18000 \leq b_7$: en 2032 avec B. Le placement B finance le projet plus tôt.

Exercice 50 — Réduire ses déchets

- a) (a_n) arithmétique, $r = -15$; (b_n) géométrique, $q = 0,93$.
 b) $a_n = 360 - 15n$; $b_n = 500 \times 0,93^n$
 c) $360 - 15n \leq 180 \iff 15n \geq 180 \iff n \geq 12$: en 2032.
 d) $b_n \leq 250 \iff 0,93^n \leq 0,5$: $n = 10$, en 2030.
 e) L'entreprise B, deux ans plus tôt.

Exercices type épreuve anticipée

Exercice 51 — Automatismes (QCM)

- c) 0,7
- b) géométrique, $q = 2$
- b) 40
- b) 30
- a) croissante
- a) 200

Exercice 52 — Location de vélos

- 1°) $u_n = 40 + 30n$; $u_{10} = 340 > 300$.
 2°) $40 + 30n = 640 \iff 30n = 600 \iff n = 20$: au mois 20.
 3°) $+20\%$: $\times 1,2$. Géométrique, $q = 1,2$.
 4°) $v_n = 25 \times 1,2^n$
 5°) $v_5 \simeq 25 \times 2,49 = 62,25 \simeq 62$: au mois 5,

l'entreprise compte environ 62 clients.

6°) $v_n > 150 \iff 1,2^n > 6$; $1,2^9 \simeq 5,16 < 6$ et $1,2^{10} \simeq 6,19 > 6$: à partir du mois 10.

Exercice 53 — Deux clubs sportifs

1°) $T_1 = 685$; $T_n = 700 - 15n$

2°) $T_{10} = 550$: perte de 150 adhérents ; or 20 % de 700 font 140, et $150 > 140$.

3°) 2028 : $n = 3$; on lit $E_3 \simeq 260$ (valeur 259,2).

4°) Géométrie, $E_0 = 150$, $q = 1,2$.

5°) $E_7 \simeq 150 \times 3,58 = 537 < T_7 = 595$;
 $E_8 \simeq 150 \times 4,30 = 645 > T_8 = 580$:
à partir de 2033.