

CORRIGÉ — CALCUL LITTÉRAL

Chapitre 1 : fiche d'exercices — Première STI2D

Les résultats sont encadrés ; les remarques en bleu signalent les erreurs fréquentes et les méthodes à retenir. À partir de la partie V, chaque équation ou inéquation se termine par l'ensemble S des solutions.

I) Réduire une expression littérale

Exercice 1 — Réduire une somme

On ne regroupe que des termes semblables : les a entre eux, les a^2 entre eux, les nombres entre eux.

a)

$$A = 11a + 3 \quad B = 16a$$

$$C = 10a + 6 \quad D = 15a^2$$

$$E = 6a^2 + 9 \quad F = 8a^2 + 3a$$

b)

$$G = -2m \quad H = m$$

$$I = -15m \quad J = 4m^2$$

$$K = -5m^2 + 5m \quad L = -7m^2$$

c)

$$M = (3n^2 + 5n^2) + 4n + (-6 + 1 + 8)$$

$$M = 8n^2 + 4n + 3$$

$$N = (-7n^2 + 3n^2) + (-5n - n) + (9 - 4)$$

$$N = -4n^2 - 6n + 5$$

$$O = (-6n^2 - 2n^2) + (5n - 9n) + (-3 + 8)$$

$$O = -8n^2 - 4n + 5$$

$$P = (-3n^2 + 7n^2) + (6n + 2n) + (4 - 4)$$

$$P = 4n^2 + 8n$$

Dans $C = 6 + 2a + 8a$, le 6 reste seul : on n'écrit pas $16a$.

Exercice 2 — Réduire un produit

On multiplie les nombres entre eux (règle des signes), puis les lettres entre elles : $x \times x = x^2$.

a)

$$A = 16x \quad B = 12x^2$$

$$C = 10x^2 \quad D = 21x$$

$$E = 18x^2 \quad F = 20x^2$$

b)

$$G = -12x^2 \quad H = -27x$$

$$I = -10x^2 \quad J = 21x^2$$

$$K = -12x^2 \quad L = -15x^2$$

$$M = 12x^2 \quad N = -12x^2$$

$$O = -14x^2$$

Exercice 3 — Somme ou produit ?

$$A = 5 + 4x : \text{ne se réduit pas}$$

$$B = 20x \quad C = 20x^2$$

$$D = 9x$$

A est une somme d'un nombre et d'un terme en x , qui ne sont pas semblables. B et C sont des produits : ils se réduisent toujours. D est une somme de deux termes semblables : $5x + 4x = 9x$, et non $20x^2$.

II) Développer

Exercice 4 — Distributivité simple

a)

$$A = 12x + 20 \quad B = 12 + 10x$$

$$C = 2x^2 + 9x \quad D = 12x^2 + 15x$$

b)

$$E = 5x + 6x + 12$$

$$E = 11x + 12$$

$$F = 18x + 24 \quad G = 17x + 18$$

$$H = 18x + 17 \quad I = 3x^2 + 17x + 2$$

$$J = 8x^2 + 6x + 6x^2 + 15x$$

$$J = 14x^2 + 21x$$

Dans E , on développe d'abord $3(2x + 4)$: on n'additionne pas $5x$ et 3 .

Exercice 5 — Signes et facteurs négatifs

Le signe devant le facteur fait partie du facteur :
 $-3(5 + 2a) = -15 - 6a$.

a)

$$A = 5a + 15 - 4a \quad B = -7a + 6a - 12$$

$$A = a + 15 \quad B = -a - 12$$

$$C = 8 + 12a - 15 - 6a \quad D = 15a - 10 + 8a - 6$$

$$C = 6a - 7 \quad D = 23a - 16$$

b)

$$E = 3b + 10b + 12b^2$$

$$E = 12b^2 + 13b$$

$$F = -12b^2 + 20b + 7b^2$$

$$F = -5b^2 + 20b$$

$$G = -12b^2 - 6b - 2b^2 + 9b$$

$$G = -14b^2 + 3b$$

$$H = -10b^2 + 6b - 12b^2 - 24b$$

$$H = -22b^2 - 18b$$

Dans G : $-b(2b - 9) = -2b^2 + 9b$; le $-$ change les deux signes.

Exercice 6 — Double distributivité

Chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde : quatre produits, puis on réduit.

$$A = 8x^2 + 6x + 20x + 15$$

$$A = 8x^2 + 26x + 15$$

$$B = 15x + 6 + 20x^2 + 8x$$

$$B = 20x^2 + 23x + 6$$

$$C = 20x + 15x^2 + 8 + 6x$$

$$C = 15x^2 + 26x + 8$$

$$D = 18x + 30x^2 + 3 + 5x$$

$$D = 30x^2 + 23x + 3$$

$$E = 6x + 10 + 15x$$

$$E = 21x + 10$$

$$F = 16x^2 + 12x + 12x + 9$$

$$F = 16x^2 + 24x + 9$$

E n'est pas un produit de deux parenthèses : seul 5 multiplie $(2 + 3x)$, c'est une distributivité simple. $F = (4x + 3)^2$: une identité remarquable ira plus vite (partie III).

III) Les trois identités remarquables

Exercice 7 — Identité $(a + b)^2$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: ne pas oublier le double produit $2ab$.

$$A = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2$$

$$A = 9x^2 + 12x + 4$$

$$B = 9x^2 + 24x + 16$$

$$C = 4a^2 + 28a + 49$$

$$D = 16b^2 + 40b + 25$$

$$E = x^2 + 18x + 81$$

$$F = 36x^2 + 12x + 1$$

$$G = 4m^2 + 20m + 25$$

$$H = 49r^2 + 42r + 9$$

$(3x)^2 = 9x^2$ et non $3x^2$: le carré porte sur le nombre et sur la lettre.

Exercice 8 — Identité $(a - b)^2$

$$A = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$A = 4x^2 - 12x + 9$$

$$B = 25x^2 - 40x + 16$$

$$C = 16 - 24x + 9x^2$$

$$D = 1 - 12x + 36x^2$$

$$E = 9a^2 - 30a + 25$$

$$F = 4 - 28b + 49b^2$$

$$G = 16m^2 - 8m + 1$$

$$H = n^2 - 16n + 64$$

Le dernier terme b^2 est toujours positif : seul le double produit porte le signe $-$.

Exercice 9 — Identité $(a + b)(a - b)$

$$A = (3x)^2 - 7^2$$

$$A = 9x^2 - 49$$

$$B = 4x^2 - 10x + 6x - 15$$

$$B = 4x^2 - 4x - 15$$

$$C = 25 - 4x^2$$

$$D = 16a^2 - 1$$

$$E = b^2 - 36$$

$$F = 81 - c^2$$

B n'est pas une identité remarquable : $+3$ et -5 ne sont pas opposés ; on utilise la double distributivité.

Exercice 10 — Choisir la bonne méthode

a)

$$A = 6x + 21$$

$$B = 4x^2 + 28x + 49$$

$$C = 25x^2 - 30x + 9$$

$$D = 49x^2 - 1$$

$$E = 12x^2 - 18x + 10x - 15$$

$$E = 12x^2 - 8x - 15$$

b)

$$F = 3x^2 + 12x + 2x + 8 - (2x^2 + 2x - 5x - 5)$$

$$F = 3x^2 + 14x + 8 - (2x^2 - 3x - 5)$$

$$F = 3x^2 + 14x + 8 - 2x^2 + 3x + 5$$

$$F = x^2 + 17x + 13$$

$$G = x^2 - 6x + 9 + 4x^2 - 1$$

$$G = 5x^2 - 6x + 8$$

$$H = 4x^2 + 20x + 25 - (3x^2 + 2x - 12x - 8)$$

$$H = 4x^2 + 20x + 25 - (3x^2 - 10x - 8)$$

$$H = 4x^2 + 20x + 25 - 3x^2 + 10x + 8$$

$$H = x^2 + 30x + 33$$

Le signe $-$ devant un produit change tous les signes : on garde la parenthèse tant que le produit n'est pas réduit. C'est l'erreur n°1 du chapitre.

IV) Factoriser

Exercice 11 — Facteur commun

On met en facteur le plus grand diviseur commun des coefficients, et la plus grande puissance de x présente dans chaque terme.

$$A = 6(a + b)$$

$$B = 12(4a - 3b)$$

$$C = 15(3a - b)$$

$$D = 40(3a - 2b)$$

$$E = x(7x + 4)$$

$$F = x(18x - 11)$$

$$G = x(15 + 8x)$$

$$H = 2x(5x - 2)$$

$$I = x(4x + 1)$$

$$J = x^2(3x - 1)$$

Dans I, $x = x \times 1$: il reste 1 dans la parenthèse, pas 0. On vérifie en redéveloppant.

Exercice 12 — Identité $a^2 + 2ab + b^2$

On repère a^2 et b^2 , puis on vérifie que le troisième terme est bien $2ab$.

$$A = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2$$

$$A = (3x + 2)^2$$

$$B = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 4 + 4^2$$

$$B = (5x + 4)^2$$

C : $(3a)^2$ et 2^2 , mais $2 \times 3a \times 2 = 12a$, pas $6a$:
pas un carré

$$D = 5^2 + 2 \times 5 \times 3b + (3b)^2$$

$$D = (5 + 3b)^2$$

E : $(4c)^2$ et 5^2 , mais $2 \times 4c \times 5 = 40c$, pas $20c$:
pas un carré

$$F = (7d)^2 + 2 \times 7d \times 2 + 2^2$$

$$F = (7d + 2)^2$$

Pour F, on range d'abord : $49d^2 + 28d + 4$.

Exercice 13 — Identités $a^2 - 2ab + b^2$ et $a^2 - b^2$

a)

$$A = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2$$

$$A = (4x - 3)^2$$

$$B = 3^2 - 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2$$

$$B = (3 - 2x)^2$$

C : $2 \times 2x \times 3 = 12x$, pas $6x$: pas un carré

D : le terme -1 est négatif : pas un carré

$$E = (3a)^2 - 2 \times 3a \times 5 + 5^2$$

$$E = (3a - 5)^2$$

$$F = (7b)^2 - 2 \times 7b \times 2 + 2^2$$

$$F = (7b - 2)^2$$

b)

$$G = (7x)^2 - 5^2$$

$$G = (7x - 5)(7x + 5)$$

$$H = 8^2 - (3x)^2$$

$$H = (8 - 3x)(8 + 3x)$$

$$I = [(x + 2) - 4][(x + 2) + 4]$$

$$I = (x - 2)(x + 6)$$

$$J = [6 - (x - 1)][6 + (x - 1)]$$

$$J = (7 - x)(5 + x)$$

Un carré est toujours positif : si l'un des deux termes « carrés » est négatif (D), ce n'est pas une identité remarquable. Dans J, les crochets évitent l'erreur de signe : $6 - (x - 1) = 7 - x$.

Exercice 14 — Facteur commun entre parenthèses

On écrit le facteur commun devant, puis entre crochets ce qui reste de chaque terme ; on réduit le crochet.

$$A = (3x + 4)[(2x - 5) + (5x + 1)]$$

$$A = (3x + 4)(7x - 4)$$

$$B = (6x - 1)[(2x + 3) + (x - 5)]$$

$$B = (6x - 1)(3x - 2)$$

$$C = (4x - 1)[(2x + 9) + (3x + 2)]$$

$$C = (4x - 1)(5x + 11)$$

$$D = (2r + 5)[(4r - 3) + (r + 7)]$$

$$D = (2r + 5)(5r + 4)$$

$$E = (5x + 3)(x - 4) + (5x + 3) \times 1$$

$$E = (5x + 3)[(x - 4) + 1]$$

$$E = (5x + 3)(x - 3)$$

$$F = (7r - 2)(3r + 1) + (7r - 2)(7r - 2)$$

$$F = (7r - 2)[(3r + 1) + (7r - 2)]$$

$$F = (7r - 2)(10r - 1)$$

$$G = (4m - 5)(4m - 5) - (4m - 5)(m + 3)$$

$$G = (4m - 5)[(4m - 5) - (m + 3)]$$

$$G = (4m - 5)(4m - 5 - m - 3)$$

$$G = (4m - 5)(3m - 8)$$

Dans G, le $-$ devant le second produit change les deux signes de $(m + 3)$. Dans E, sans le $\times 1$, on oublie le $+1$.

V) Résoudre des équations

Exercice 15 — Équations du premier degré

a) $4x - 3x = 12 + 9$, donc $x = 21$: $S = \{21\}$

b) $3x = 12$, donc $x = 4$: $S = \{4\}$

c) $-3x = 24$, donc $x = -8$: $S = \{-8\}$

d) $3x - 3x = -4 - 8$, soit $0 = -12$, impossible :
 $S = \emptyset$

En d), les x disparaissent et il reste une égalité fautive : aucune solution.

Exercice 16 — Équations avec des parenthèses

a) $3x - 12 = -2x + 8$, soit $5x = 20$: $S = \{4\}$

b) $2a - 10 = 12 - 4a + 8$, soit $6a = 30$: $S = \{5\}$

c) $m - 7 + 2m = 2m + 5$, soit $3m - 7 = 2m + 5$:
 $S = \{12\}$

d) $3p - 6 + 4p - 20 = 0$, soit $7p = 26$: $S = \{\frac{26}{7}\}$

En c), $-(7 - 2m) = -7 + 2m$: le $-$ devant la parenthèse change les deux signes.

Exercice 17 — Équations produit

- a) $3x - 9 = 0$ ou $x + 5 = 0$: $S = \{-5; 3\}$
- b) $2x + 10 = 0$ ou $3 - 4x = 0$: $S = \{-5; \frac{3}{4}\}$
- c) $4x = 0$ ou $3x - 8 = 0$: $S = \{0; \frac{8}{3}\}$
- d) $2x + 5 = 0$: $S = \{-\frac{5}{2}\}$
- e) $x(6x - 5) = 0$: $S = \{0; \frac{5}{6}\}$
- f) $(x - 7)(x + 7) = 0$: $S = \{-7; 7\}$
- g) $(x - 3)[(2x + 5) + (x - 8)] = 0$
 $(x - 3)(3x - 3) = 0$: $S = \{1; 3\}$
- h) $(3x + 1)[(x + 2) - (2x + 6)] = 0$
 $(3x + 1)(-x - 4) = 0$: $S = \{-4; -\frac{1}{3}\}$

En e), diviser par x ferait perdre la solution 0 : on factorise. En d), le carré est nul seulement si $2x + 5 = 0$: une seule solution.

Exercice 18 — Un premier problème

Soit c le nombre de condensateurs. Il y a $2c$ résistances et $c - 8$ diodes.

$$2c + c + (c - 8) = 96$$

$$4c - 8 = 96$$

$$c = 26$$

Vérification : $52 + 26 + 18 = 96$.

52 résistances, 26 condensateurs et 18 diodes

« 8 condensateurs de plus que de diodes » : ce sont les diodes qui en ont 8 de moins, $c - 8$ et non $c + 8$.

VI) Mise en équation**Exercice 19 — Deux commandes de câbles**

- a) Premier club : $4x$ euros ; le second achète $x + 15$ câbles et dépense $1,5(x + 15)$ euros, soit $1,5x + 22,5$.
- b) $4x = 1,5x + 22,5$, soit $2,5x = 22,5$ et $x = 9$.
 Vérification : $4 \times 9 = 36$ et $1,5 \times 24 = 36$.
 le premier club a acheté 9 câbles

Exercice 20 — Une question d'âges

Dans x années, la technicienne aura $58 + x$ ans, sa fille $33 + x$ et son petit-fils $7 + x$.

$$(33 + x) + (7 + x) = 58 + x$$

$$40 + 2x = 58 + x$$

$$x = 18$$

Dans 18 ans : $51 + 25 = 76$, l'âge de la technicienne. Or $76 > 70$: elle a tort.

Trouver x ne suffit pas : on compare le résultat à la condition de l'énoncé (avant 70 ans).

Exercice 21 — Trottinettes en libre-service

- a) $1 + 0,25 \times 12 = 4$: 4 €
- b) $1 + 0,25x = 6,5$, soit $0,25x = 5,5$ et $x = 22$:
 22 minutes
- c) $1 + 0,25x = 0,35x$, soit $0,1x = 1$ et $x = 10$:
 10 minutes

VII) Résoudre des inéquations**Exercice 22 — Inéquations immédiates**

- a) $x \leq 5$: $S =]-\infty; 5]$
- b) $x > -3$: $S =]-3; +\infty[$
- c) $x \leq 5$: $S =]-\infty; 5]$
- d) $2x > -9$, $x > -\frac{9}{2}$: $S =]-\frac{9}{2}; +\infty[$
- e) $x < -4$ (division par -3 : le sens change) :
 $S =]-\infty; -4[$
- f) $-x \geq -7$, $x \leq 7$: $S =]-\infty; 7]$
- g) $5x < 2$, $x < \frac{2}{5}$: $S =]-\infty; \frac{2}{5}[$
- h) $3 - 4x \geq 0$, $-4x \geq -3$, $x \leq \frac{3}{4}$:
 $S =]-\infty; \frac{3}{4}]$

Crochet fermé pour $\leq$ ou $\geq$, ouvert pour $<$ ou $>$; toujours ouvert du côté de l'infini.

Exercice 23 — L'inconnue des deux côtés

- a) $6x < 8$, $x < \frac{4}{3}$: $S =]-\infty; \frac{4}{3}[$
- b) $-3x \geq 9$, $x \leq -3$: $S =]-\infty; -3]$
- c) $3x - 6 \geq 9 - 2x$, $5x \geq 15$: $S = [3; +\infty[$
- d) $-2x + 6 < 4 - x$, $-x < -2$, $x > 2$: $S =]2; +\infty[$
- e) $3x + 3 < 5 + 3x$, soit $3 < 5$, toujours vrai : $S = \mathbb{R}$
- f) $2x - 8 \geq 2x + 1$, soit $-8 \geq 1$, toujours faux :
 $S = \emptyset$

En e) et f), les x disparaissent : une inégalité vraie donne $S = \mathbb{R}$, une inégalité fausse $S = \emptyset$.

Exercice 24 — Inéquations avec des fractions

- a) $\frac{x}{2} \leq 2$, $x \leq 4$: $S =]-\infty; 4]$
- b) $3x - 2 < 16$, $x < 6$: $S =]-\infty; 6[$
- c) On multiplie par $6 > 0$: $3(x - 1) - 2(2 - x) \geq 0$,
 soit $5x - 7 \geq 0$:
 $S = [\frac{7}{5}; +\infty[$
- d) On multiplie par $4 > 0$: $x - 2(6 - x) > 12$, soit
 $3x > 24$:
 $S =]8; +\infty[$

On multiplie par un nombre positif : le sens ne change pas. Un numérateur précédé d'un $-$ se met entre parenthèses.

VIII) Tableaux de signes

Exercice 25 — Signe d'une expression affine

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$3x - 12$	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
$x + 5$	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	$-\frac{2}{5}$	$+\infty$
$5x + 2$	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$-2x + 10$	$+$	0	$-$

x	$-\infty$	7	$+\infty$
$7 - x$	$+$	0	$-$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$-4x - 6$	$+$	0	$-$

On résout d'abord $ax + b = 0$; après la valeur trouvée, le signe est celui de a .

Exercice 26 — Signe d'un produit de deux facteurs

1) $P(x) = (x - 5)(x - 2)$; valeurs 2 et 5.

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$	
$x - 2$	$-$	0	$+$	$+$	
$x - 5$	$-$	$-$	0	$+$	
$P(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

2) $P(x) = (1 - 3x)(x + 4)$; $1 - 3x = 0$ pour $x = \frac{1}{3}$; $x + 4 = 0$ pour $x = -4$.

x	$-\infty$	-4	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$1 - 3x$	$+$	$+$	0	$-$
$x + 4$	$-$	0	$+$	$+$
$P(x)$	$-$	0	0	$-$

3) $(2x + 6)(5 - x)$; valeurs -3 et 5; signe $-$, $+$, $-$: positif sur $]-3; 5[$, négatif ailleurs (sauf en -3 et 5, où il est nul).

4) $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$; valeurs -4 et 4; signe $+$, $-$, $+$: négatif sur $]-4; 4[$, positif sur $] -\infty; -4[$ et sur $]4; +\infty[$.

Les valeurs de la première ligne sont rangées dans l'ordre croissant; la dernière ligne vient de la règle des signes, colonne par colonne.

Exercice 27 — Signe d'un produit de trois facteurs

1) $P(x) = x(x - 2)(x + 3)$; valeurs -3, 0 et 2.

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$x + 3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x - 2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

2) $3x(2x - 5)(x + 4)$; valeurs -4, 0 et $\frac{5}{2}$; tous les coefficients de x sont positifs, comme en 1): signe $-$, $+$, $-$, $+$.

3) $4 - x^2 = (2 - x)(2 + x)$; $P(x) = (2 - x)(2 + x)(x - 3)$; valeurs -2, 2 et 3.

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$		
$2+x$	$-$	0	$+$	$+$	$+$		
$2-x$	$+$	$+$	0	$-$	$-$		
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$		
$P(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

En 3), le facteur $2 - x$ est positif avant 2 : le signe du produit commence par $+$.

IX) Inéquations produit

Exercice 28 — Deux facteurs

a) $P(x) = x(x - 3)$; valeurs 0 et 3.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
x	$-$	0	$+$	$+$	
$x - 3$	$-$	$-$	0	$+$	
$P(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$S =]-\infty; 0] \cup [3; +\infty[$$

Pour la suite, seule la ligne du produit est donnée.

b) Valeurs -2 et 6; signe $+$, $-$, $+$: $S =]-2; 6[$

c) Valeurs -3 et 5; signe $-$, $+$, $-$: $S = [-3; 5]$

d) Valeurs $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{3}$; signe $-$, $+$, $-$:

$$S =]-\infty; \frac{1}{5}] \cup [\frac{4}{3}; +\infty[$$

Inégalité large ($\leq$, $\geq$) : les valeurs qui annulent sont solutions, crochets fermés. Inégalité stricte : crochets ouverts.

Exercice 29 — Trois facteurs

a) $P(x) = x(x - 2)(x + 4)$; valeurs -4, 0 et 2.

x	$-\infty$	-4	0	2	$+\infty$
$x + 4$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x - 2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

$$S = [-4; 0] \cup [2; +\infty[$$

b) Valeurs -3, $\frac{1}{2}$ et 2; signe $+$, $-$, $+$, $-$:

$$S =]-3; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty[$$

c) Valeurs -6, 0 et $\frac{4}{3}$; signe $-$, $+$, $-$, $+$:

$$S =]-\infty; -6] \cup [0; \frac{4}{3}]$$

d) $x(x - 4)(x + 4) > 0$; valeurs -4, 0 et 4; signe $-$, $+$, $-$, $+$:

$$S =]-4; 0[\cup]4; +\infty[$$

En b), le facteur $2 - x$ est positif avant 2 : le produit commence par $+$.

Exercice 30 — Factoriser avant de résoudre

- a) $(x-6)(x+6) < 0$; signe +, -, + : $S =]-6; 6[$
- b) $x(x-8) \leq 0$; signe +, -, + : $S = [0; 8]$
- c) $(3x-2)(3x+2)(x+2) > 0$; valeurs $-2, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$; signe -, +, -, + :
 $S =]-2; -\frac{2}{3}[\cup]\frac{2}{3}; +\infty[$
- d) $[(x+2)-4][(x+2)+4] > 0$, soit $(x-2)(x+6) > 0$:
 $S =]-\infty; -6[\cup]2; +\infty[$

$x^2 < 36$ ne donne pas seulement $x < 6$: le tableau de signes évite cette erreur.

X) Inéquations quotient
Exercice 31 — Premières inéquations quotient

- 1) $x+5=0$ pour $x = -5$; $2-x=0$ pour $x = 2$;
 $3x-9=0$ pour $x = 3$.
- 2) a) Valeur interdite -5 ; le numérateur s'annule en 4.

x	$-\infty$	-5	4	$+\infty$	
$4-x$	$+$	$+$	0	$-$	
$x+5$	$-$	0	$+$	$+$	
$\frac{4-x}{x+5}$	$-$	$ $	$+$	0	$-$

$$S =]-5; 4[$$

- b) Interdite 3; numérateur nul en -2 ; signe +, -, + :

$$S = [-2; 3[$$

- c) Interdite 2; numérateur nul en $\frac{7}{2}$; signe +, -, + :

$$S =]-\infty; 2[\cup]\frac{7}{2}; +\infty[$$

- d) Interdite 4; numérateur nul en $-\frac{2}{3}$; signe -, +, - :

$$S =]-\infty; -\frac{2}{3}[\cup]4; +\infty[$$

Même avec $\leq$ ou $\geq$, la valeur interdite a toujours un crochet ouvert.

Exercice 32 — Avec une factorisation

- a) $Q(x) = \frac{x(x-2)}{5-2x}$; interdite $\frac{5}{2}$; numérateur nul en 0 et 2.

x	$-\infty$	0	2	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
x	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$5-2x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$Q(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$S = [0; 2] \cup]\frac{5}{2}; +\infty[$$

- b) $\frac{(x-4)(x+4)}{2-x} > 0$; interdite 2; numérateur nul en -4 et 4; signe +, -, +, - :

$$S =]-\infty; -4[\cup]2; 4[$$

- c) $\frac{6-3x}{(x-3)(x+3)} \leq 0$; interdites -3 et 3 ; numérateur nul en 2; signe +, -, +, - :
 $S =]-3; 2] \cup]3; +\infty[$

Exercice 33 — Tout ramener d'un même côté

- a) Interdite -3 .

$$\frac{3x+1}{x+3} \leq 2$$

$$\frac{3x+1-2(x+3)}{x+3} \leq 0$$

$$\frac{x-5}{x+3} \leq 0$$

Numérateur nul en 5; signe +, -, + : $S =]-3; 5]$

- b) Interdite 2.

$$\frac{2-5x}{2-x} \geq 3$$

$$\frac{2-5x-3(2-x)}{2-x} \geq 0$$

$$\frac{-2x-4}{2-x} \geq 0$$

Numérateur nul en -2 ; $-2x-4$ et $2-x$ sont positifs avant leur valeur; signe +, -, + :

$$S =]-\infty; -2] \cup]2; +\infty[$$

- c) Interdite $\frac{3}{2}$.

$$\frac{x+4}{3-2x} < 1$$

$$\frac{x+4-(3-2x)}{3-2x} < 0$$

$$\frac{3x+1}{3-2x} < 0$$

Numérateur nul en $-\frac{1}{3}$; signe -, +, - :

$$S =]-\infty; -\frac{1}{3}[\cup]\frac{3}{2}; +\infty[$$

Multiplier par $x+3$ serait faux : son signe dépend de x , on ne saurait pas s'il faut changer le sens.

XI) Problèmes avec des inéquations
Exercice 34 — Seuil de rentabilité

- 1°) $C(25) = 15 \times 25 + 480 = 855$ et
 $R(25) = 31 \times 25 = 775$.
 $R(25) < C(25)$: pas de bénéfice.
- 2°) $31x > 15x + 480$, soit $16x > 480$ et $x > 30$.
bénéfice à partir de 31 modules par jour
- 3°) $\frac{15x+480}{x} \leq 21$, soit $\frac{480-6x}{x} \leq 0$.
 $x > 0$: le quotient a le signe de $480-6x$.
 $480-6x \leq 0$, soit $x \geq 80$:
au moins 80 modules par jour

x est un nombre entier de modules : au-dessus de 30, le premier entier est 31.

Exercice 35 — Louer un utilitaire électrique

- 1°) 60 km : A coûte 30 €, B coûte $36 + 12 = 48$ € : **A**.
 150 km : A coûte 75 €, B coûte $36 + 30 = 66$ € : **B**.
- 2°) $A(x) = 0,5x$ et $B(x) = 36 + 0,2x$
- 3°) $36 + 0,2x < 0,5x$, soit $36 < 0,3x$ et $x > 120$.
B est moins cher au-delà de 120 km
- 4°) $36 + 0,2x \leq 80$, soit $0,2x \leq 44$ et $x \leq 220$:
220 km au plus
- 5°) $C(x) = 60 + 0,1x$.
 $C(x) < A(x)$: $60 < 0,4x$, soit $x > 150$.
 $C(x) < B(x)$: $24 < 0,1x$, soit $x > 240$.
 Les deux à la fois, avec $x \leq 300$: **$x \in]240; 300]$**

« Moins cher que les deux autres » : les deux conditions sont vraies en même temps ; on garde la plus exigeante.

Exercice 36 — Bénéfice d'un fabricant de trottinettes

- 1°) $B(10) = -200 + 2\,400 - 4\,000$, soit **$-1\,800$** : perte.
 $B(50) = -5\,000 + 12\,000 - 4\,000$, soit **$3\,000$** : bénéfice.
- 2°) $(2x - 40)(100 - x) = 200x - 2x^2 - 4\,000 + 40x$
 $(2x - 40)(100 - x) = -2x^2 + 240x - 4\,000$
 Donc **$B(x) = (2x - 40)(100 - x)$** .
- 3°) Valeurs 20 et 100.

x	0	20	100	120
$2x - 40$		- 0 +	...	+
$100 - x$		+ ... + 0 -		
$B(x)$		- 0 + 0 -		

$$S =]20; 100[$$

- 4°) **de 21 à 99 trottinettes par semaine**
- 5°) $-2(x - 40)(x - 80) = -2(x^2 - 120x + 3\,200)$
 $-2(x - 40)(x - 80) = -2x^2 + 240x - 6\,400$
 C'est bien $B(x) - 2\,400$.
 $B(x) \geq 2\,400$ s'écrit $-2(x - 40)(x - 80) \geq 0$; on divise par $-2 < 0$, le sens change :
 $(x - 40)(x - 80) \leq 0$, signe +, -, +.
de 40 à 80 trottinettes par semaine

Le tableau est fait sur $[0; 120]$: la première colonne commence à 0, pas à $-\infty$.