

# CORRIGÉ — FONCTIONS

Chapitre 2 : fiche d'exercices — Première STI2D

Les résultats sont encadrés ; les remarques en bleu signalent les erreurs fréquentes et les méthodes à retenir. Quand on demande « une courbe qui peut représenter  $f$  », la courbe tracée n'est qu'une réponse possible : seuls comptent les points du tableau et le sens de variation.

## I) Antécédent et image

### Exercice 1 — Images et antécédent

1°)  $f(1) = 4 - 2$

$f(1) = \boxed{2}$

$f(-2) = -8 - 2 \times 4$

$f(-2) = \boxed{-16}$

$f(2,5) = 10 - 2 \times 6,25$

$f(2,5) = \boxed{-2,5}$

2°)  $f(3) = 12 - 18$ , soit  $-6$  : **oui**, 3 est un antécédent de  $-6$ .

Dans  $-2x^2$  pour  $x = -2$  : d'abord le carré,  $(-2)^2 = 4$ , puis  $-2 \times 4 = -8$ .

### Exercice 2 — Une fonction affine

1°)  $g(-3) = -15 - 8 = \boxed{-23}$ ;  $g(4) = 20 - 8 = \boxed{12}$ ;

$g(\frac{6}{5}) = 6 - 8 = \boxed{-2}$

2°)  $g(\frac{2}{5}) = 2 - 8 = -6$ , et  $-6 \neq 6$  : **non**.

### Exercice 3 — Plusieurs antécédents

1°)  $h(0) = \boxed{-6}$ ;  $h(2) = 4 - 2 - 6 = \boxed{-4}$ ;

$h(-2) = 4 + 2 - 6 = \boxed{0}$

2°)  $h(3) = 9 - 3 - 6 = 0$  : **oui**.

3°)  $\boxed{-2 \text{ et } 3}$ , d'après les questions 1 et 2.

### Exercice 4 — Calculer des antécédents

Chercher les antécédents de  $y$ , c'est résoudre l'équation  $f(x) = y$ .

a)  $x - 4 = 3$ , soit  $x = 7$  : **7**

b)  $x^2 = 36$  : **-6 et 6**

c)  $\frac{1}{x} = 4$ , soit  $1 = 4x$  :  **$\frac{1}{4}$**

d)  $x(x - 5) = 0$  (produit nul) : **0 et 5**

En b), ne pas oublier  $-6$  :  $(-6)^2 = 36$  aussi.

## II) Ensemble de définition

### Exercice 5 — Valeurs interdites

- $f : \boxed{0}$ , on ne divise pas par 0.
- $g : \boxed{5}$ , le dénominateur  $x - 5$  s'annule.
- $h : \boxed{-2}$ , la racine d'un nombre négatif n'existe pas.

### Exercice 6 — Calculer, si c'est possible

a)  $f(6) = \frac{8}{2} = \boxed{4}$ ;  $f(-4) = \frac{8}{-8} = \boxed{-1}$ ;  $f(4) = \frac{8}{0}$  n'existe pas.

b)  $g(7) = \sqrt{9} = \boxed{3}$ ;  $g(14) = \sqrt{16} = \boxed{4}$ ;  
 $g(-3) = \sqrt{-1}$  n'existe pas.

### Exercice 7 — Fractions

On cherche la valeur qui annule le dénominateur.

a)  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$

b)  $\mathbb{R} \setminus \{9\}$

c)  $3x = 12$  :  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$

d)  $4x = -20$  :  $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$

### Exercice 8 — Racines carrées

Sous la racine : un nombre positif ou nul.

a)  $x \geq 4$  :  $\boxed{4; +\infty[}$

b)  $x \geq -6$  :  $\boxed{-6; +\infty[}$

c)  $2x \geq 10$  :  $\boxed{5; +\infty[}$

d)  $3x \geq -5$  :  $\boxed{-\frac{5}{3}; +\infty[}$

## III) Tableau de valeurs, courbe et lecture graphique

### Exercice 9 — Première lecture graphique

a)  $f(0) = \boxed{3}$  et  $f(2) = \boxed{3}$

b) L'image de  $-1$  est **0**.

c) 4 a pour antécédent **1** (le point le plus haut).

d) Les antécédents de 0 sont **-1** et **3**.

e) **Non** : la courbe ne monte pas au-dessus de 4 ; la droite  $y = 5$  ne la coupe pas.

Image : on part de l'axe des abscisses. Antécédents : on part de l'axe des ordonnées et on lit toutes les abscisses des points d'intersection.

**Exercice 10 — Lire un tableau de valeurs**

- 1°)  $f(-1) = 2$ ;  $f(1) = -3$ ;  $f(-2) = 4$   
 2°)  $f(1) = -3$  : oui.  
 3°)  $f(2) = 1$  : 2 est un antécédent de 1.

Ligne du haut : les nombres  $x$  ; ligne du bas : leurs images.

**Exercice 11 — Images et antécédents dans un tableau**

- 1°)  $g(4) = -1$ ;  $g(2) = 0$ ;  $g(-1) = 6$   
 2°) 6 : -1; -1 : 4; -4 : -3 ou 6  
 3°) -4 a deux antécédents dans ce tableau (-3 et 6) : on ne peut pas parler de « l' » antécédent.

Un nombre a une seule image, mais il peut avoir plusieurs antécédents.

**Exercice 12 — Lecture graphique complète**

- a)  $[-4; 5]$  e) 0  
 b)  $f(3) = -1$  f)  $[-1; 1; 5]$   
 c)  $f(-1) = 1$  g)  $[-2; 2; 4]$   
 d)  $f(1) = 1$ ;  $f(-4) = -2$  h)  $[-3; 3]$   
 i) aucun  
 j) Maximum 2, atteint en  $x = 0$ ; minimum -2, atteint en  $x = -4$ .

Pour 1 : la droite  $y = 1$  coupe la courbe en trois points; ne pas oublier celui d'abscisse 5, au bout de la courbe. Le minimum est atteint à une borne.

**Exercice 13 — Deux expressions, une seule fonction**

- 1°)  $f(2) = 6 \times 1 + 4 - 5 = 5$  et  $g(2) = 5$   
 2°) Par exemple pour  $x = 0$  :  $f(0) = 12 - 5 = 7$  et  $g(0) = 7$ .  
 3°) On développe :  

$$f(x) = 3x - x^2 + 12 - 4x + x^2 - 5$$

$$f(x) = -x + 7$$

donc  $f(x) = g(x)$  pour tout nombre  $x$ .

Des exemples (questions 1 et 2) ne démontrent rien : seul le calcul de la question 3 vaut pour tous les nombres.

**IV) Tableau de variations d'une fonction**
**Exercice 14 — De la courbe au tableau**

$f$  est décroissante sur  $[-3; 1]$ , puis croissante sur  $[1; 5]$ .

|     |    |    |   |
|-----|----|----|---|
| $x$ | -3 | 1  | 5 |
| $f$ | 3  | -2 | 4 |

Maximum 4, atteint en  $x = 5$ ; minimum -2, atteint en  $x = 1$ .

Le maximum est la plus grande des deux valeurs aux bornes :  $f(5) = 4 > f(-3) = 3$ .

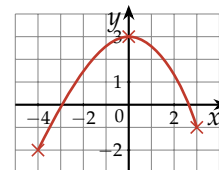
**Exercice 15 — Décrire puis résumer**

- 1°)  $f$  est croissante sur  $[-3; -1]$ , décroissante sur  $[-1; 2]$ , puis croissante sur  $[2; 4]$ .  
 2°)

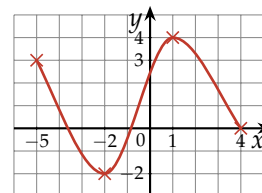
|     |    |    |    |   |
|-----|----|----|----|---|
| $x$ | -3 | -1 | 2  | 4 |
| $f$ | -1 | 2  | -3 | 0 |

**Exercice 16 — Du tableau à la courbe**

- 1°)  $f$  est définie sur  $[-4; 3]$ .  
 2°) Une courbe possible ci-contre : elle part de  $(-4; -2)$ , monte jusqu'à  $(0; 3)$ , puis descend jusqu'à  $(3; -1)$ .


**Exercice 17 — Lire un tableau de variations**

- 1°)  $[-5; 4]$   
 2°)  $g$  est décroissante sur  $[-5; -2]$ , croissante sur  $[-2; 1]$ , puis décroissante sur  $[1; 4]$ .  
 3°) Maximum 4, atteint en  $x = 1$ ; minimum -2, atteint en  $x = -2$ .  
 4°) Une courbe possible :



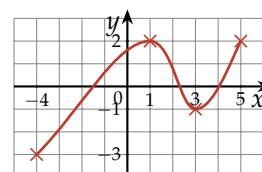
On compare les valeurs aux bornes aux extremums intérieurs :  $g(-5) = 3 < 4$  et  $g(4) = 0 > -2$ .

**Exercice 18 — Construire un tableau à partir d'un texte**

- 1°)

|     |    |   |    |   |
|-----|----|---|----|---|
| $x$ | -4 | 1 | 3  | 5 |
| $f$ | -3 | 2 | -1 | 2 |

- 2°) Une courbe possible :



## Exercice 19 — Résolution graphique

$f(x) = k$  : abscisses des points de la courbe situés sur la droite  $y = k$  ;  $f(x) > k$  : abscisses des points situés au-dessus.

- 1°) a)  $S = \{0; 8; 10\}$   
 b)  $S = \{1; 7\}$   
 c)  $S = \{4\}$   
 d)  $S = \emptyset$  : le maximum de  $f$  est 3.  
 e)  $S = \{2; 6\}$
- 2°) La droite  $y = -1$  coupe la courbe en deux points, d'abscisses 3 et 5 : deux solutions.
- 3°) a)  $S = [0; 4[ \cup ]4; 10]$   
 b)  $S = ]1; 7[$   
 c)  $S = [0; 1] \cup [7; 10]$   
 d)  $S = [0; 2] \cup [6; 10]$

En 3) a), seul 4 est exclu :  $f(4) = -2$  n'est pas strictement supérieur à  $-2$ .

## V) Fonctions affines — équation réduite

Exercice 20 — Reconnaître  $m$  et  $p$ 

- a)  $m = \frac{5}{1}$  ;  $p = \frac{-2}{-4}$       b)  $m = \frac{-3}{-3}$  ;  $p = \frac{6}{7}$   
 c)  $m = \frac{1}{1}$  ;  $p = \frac{-4}{-4}$       d)  $m = \frac{-3}{-3}$  ;  $p = \frac{7}{7}$   
 e)  $m = \frac{0}{0}$  ;  $p = \frac{4}{4}$       f)  $m = \frac{-2}{-2}$  ;  $p = \frac{0}{0}$   
 g)  $m = \frac{-1}{3}$  ;  $p = \frac{1}{1}$       h)  $m = \frac{2}{5}$  ;  $p = \frac{-3}{5}$

En d),  $m$  est le nombre devant  $x$ , même écrit en second. En g),  $\frac{-x}{3} = -\frac{1}{3}x$ .

## Exercice 21 — Images et ordonnée à l'origine

- 1°)  $f(4) = -8 + 5 = -3$  et  $f(-3) = 6 + 5 = 11$   
 2°)  $p = f(0) = 5$  : la droite coupe l'axe des ordonnées en  $(0; 5)$ .

## Exercice 22 — Pente et équation réduite (1)

$$m = \frac{3 - (-2)}{0 - 5}$$

$$m = -1$$

$B(0; 3)$  est sur l'axe des ordonnées :  $p = 3$ .

$$y = -x + 3$$

Contrôle avec  $A$  :  $-5 + 3 = -2$ .

## Exercice 23 — Pente et équation réduite (2)

$$m = \frac{10 - 1}{4 - (-2)}$$

$$m = \frac{3}{2}$$

Avec  $A$  :  $1 = \frac{3}{2} \times (-2) + p$ , soit  $1 = -3 + p$  et  $p = 4$ .

$$y = \frac{3}{2}x + 4$$

Contrôle avec  $B$  :  $6 + 4 = 10$ .

VI) Tracer la droite d'équation  $y = mx + p$ 

## Exercice 24 — Sens de variation

Une fonction affine est croissante si  $m > 0$ , décroissante si  $m < 0$ .

- 1°)  $m = 3 > 0$  : croissante  
 2°)  $m = -2 < 0$  : décroissante  
 3°)  $m = 1 > 0$  : croissante  
 4°)  $m = -1 < 0$  : décroissante  
 5°)  $f(x) = \sqrt{2}x - 3\sqrt{2}$ ,  $m = \sqrt{2} > 0$  : croissante  
 6°)  $f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}$ ,  $m = -\frac{3}{5} < 0$  : décroissante

## Exercice 25 — Associer chaque fonction à sa droite

- ① monte et coupe l'axe des ordonnées en  $-3$  : g,  
 $m = 2$ ,  $p = -3$ .
- ② descend doucement et coupe l'axe en 1 : h,  
 $m = -\frac{1}{2}$ ,  $p = 1$ .
- ③ descend fortement et coupe l'axe en 2 : f,  
 $m = -3$ ,  $p = 2$ .

## Exercice 26 — Appartenance et tracé

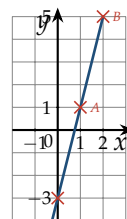
- 1°)  $4 \times 1 - 3 = 1$ , c'est  $y_A$  :

$$A \in d.$$

- 2°)  $4x - 3 = 5$ , soit  $x = 2$  :

$$B(2; 5).$$

- 3°) On trace la droite qui passe par  $(0; -3)$ ,  $A$  et  $B$ .



## Exercice 27 — Tracer à partir d'un point et de la pente

Depuis  $A$ , on avance de 1 et on monte de  $m$  (on descend si  $m < 0$ ).

- a)  $2 = 3 \times 1 + p$ , donc

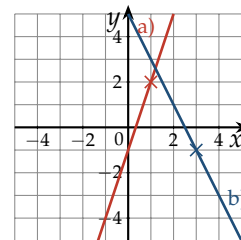
$$p = -1 :$$

$$y = 3x - 1$$

- b)  $-1 = -2 \times 3 + p$ , donc

$$p = 5 :$$

$$y = -2x + 5$$



## VII) Équation cartésienne d'une droite

Exercice 28 — Équation cartésienne de  $(AB)$  (1)

$\vec{AB}(5 - 2; 1 - 3)$ , soit  $\vec{AB}(3; -2)$ . Avec  $\vec{u}(-b; a)$  :  
 $b = -3$  et  $a = -2$ , d'où  $-2x - 3y + c = 0$ .

Avec  $A$  :  $-4 - 9 + c = 0$ ,  $c = 13$ .  $-2x - 3y + 13 = 0$

ou  $2x + 3y - 13 = 0$

Contrôle :  $4 + 9 - 13 = 0$  et  $10 + 3 - 13 = 0$ .

Dans  $\vec{u}(-b; a)$ , la première coordonnée donne  $-b$  : attention au signe de  $b$ .

### Exercice 29 — Équation cartésienne de (AB) (2)

$\vec{AB}(8;4)$  :  $b = -8$  et  $a = 4$ , d'où  $4x - 8y + c = 0$ . Avec  $A$  :  $-12 + 8 + c = 0$ ,  $c = 4$ .

$4x - 8y + 4 = 0$ , soit, en divisant par 4 :

$$x - 2y + 1 = 0.$$

Contrôle :  $-3 + 2 + 1 = 0$  et  $5 - 6 + 1 = 0$ .

### Exercice 30 — Lire une équation cartésienne

1°)  $A : 3 - 8 + 5 = 0$  :  $A \in d$ .

$B : -9 + 4 + 5 = 0$  :  $B \in d$ .

$C : 6 - 12 + 5 = -1 \neq 0$  :  $C \notin d$ .

2°)  $15 - 4y + 5 = 0$ , soit  $4y = 20$  :  $y = 5$ .

3°)  $3x + 16 + 5 = 0$ , soit  $3x = -21$  :  $x = -7$ .

4°)  $\vec{u}(-b;a)$  avec  $a = 3$  et  $b = -4$  :  $\vec{u}(4;3)$ .

## VIII) Tracer une droite d'équation $ax + by + c = 0$

### Exercice 31 — Point et vecteur directeur

1°)  $b = -1$  et  $a = 3$  :

$3x - y + c = 0$ ; avec  $A$  :

$3 + 2 + c = 0$ ,  $c = -5$ .

$$d : 3x - y - 5 = 0$$

On trace par  $A(1; -2)$  et  $(2; 1)$ .

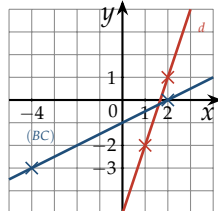
2°)  $\vec{BC}(6;3)$  :  $b = -6$  et  $a = 3$ ,

d'où  $3x - 6y + c = 0$ ; avec

$B$  :  $-12 + 18 + c = 0$ ,

$c = -6$ .

$$(BC) : x - 2y - 2 = 0$$



### Exercice 32 — Deux droites dans un même repère

$d$  : pour  $x = 0$ ,  $y = 2$ ; pour

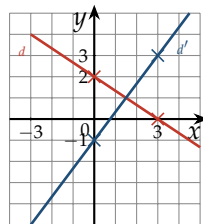
$x = 3$ ,  $y = 0$ .

$d'$  : pour  $x = 0$ ,  $y = -1$ ; pour

$x = 3$ ,  $12 - 3y - 3 = 0$ , donc

$y = 3$ .

Pour  $d'$ , on essaie des valeurs de  $x$  jusqu'à ce que  $4x - 3$  soit un multiple de 3.



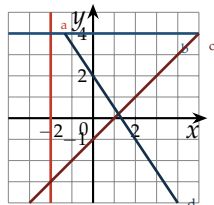
### Exercice 33 — Droites verticales et horizontales

a)  $x = -2$  : verticale

b)  $y = 4$  : horizontale

c)  $y = x - 1$  :  $(0; -1)$  et  $(1; 0)$

d)  $(0; 2)$  et  $(2; -1)$



Ont une équation réduite :  $[b, c, d]$  ( $y = 4$ ,  $y = x - 1$ ,  $y = -\frac{3}{2}x + 2$ ); seule la verticale a) n'en a pas.

## IX) Passer d'une forme à l'autre

### Exercice 34 — Pente, équation réduite, équation cartésienne (1)

1°)  $m = \frac{2 - (-4)}{2 - (-1)} = 2$ ; avec  $A$  :  $-4 = -2 + p$ ,  $p = -2$ .

$$y = 2x - 2$$

2°) On met tout dans un membre :  $2x - y - 2 = 0$ .

### Exercice 35 — Pente, équation réduite, équation cartésienne (2)

$m = \frac{1 - 3}{4 - 0} = -\frac{1}{2}$  et  $p = 3$  ( $A$  est sur l'axe des ordonnées).

$y = -\frac{1}{2}x + 3$ ;  $\frac{1}{2}x + y - 3 = 0$ , puis, en multipliant par 2 :  $x + 2y - 6 = 0$ .

### Exercice 36 — Deux droites à déterminer

a)  $m = \frac{6 - (-2)}{1 - 3} = -4$ ; avec  $C$  :  $-2 = -12 + p$ ,

$$p = 10 : y = -4x + 10$$

b)  $5 = 5 \times (-1) + p$ ,  $p = 10$  :  $y = 5x + 10$

### Exercice 37 — Un point et une pente

a)  $-3 = 4 \times 2 + p$ ,  $p = -11$  :  $y = 4x - 11$ , soit

$$4x - y - 11 = 0$$

b) Pente nulle : droite horizontale qui passe par  $B$  :

$$y = -4, \text{ soit } y + 4 = 0$$

## X) Fonction carré

### Exercice 38 — Images et antécédents par la fonction carré

1°)  $[16]$ ;  $[49]$ ;  $[0,04]$ ;  $[400]$

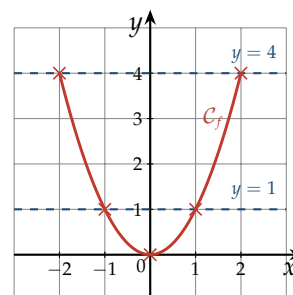
2°)  $[-5 \text{ et } 5]$ ;  $[0]$ ; aucun;  $[-\sqrt{11} \text{ et } \sqrt{11}]$

Un carré n'est jamais négatif :  $-9$  n'a pas d'antécédent.

### Exercice 39 — Lecture graphique avec la fonction carré

|     |        |    |      |    |      |   |      |   |      |   |
|-----|--------|----|------|----|------|---|------|---|------|---|
| 1°) | $x$    | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5  | 1 | 1,5  | 2 |
|     | $f(x)$ | 4  | 2,25 | 1  | 0,25 | 0 | 0,25 | 1 | 2,25 | 4 |

2°) Courbe ci-dessous.



3°) a)  $S = \{-1; 1\}$  b)  $S = \{-2; 2\}$  c)  $S = \emptyset$  : la courbe ne descend pas sous l'axe des abscisses.

4°) a) Courbe sur ou sous la droite  $y = 1$  :

$$S = [-1; 1]$$

b)  $S = [-2; -1[ \cup ]1; 2]$

c)  $S = ]-2; 2[$

On retrouve la propriété 6 :  $x^2 = 1$  a deux solutions opposées. En 4) b), les bornes  $-2$  et  $2$  sont comprises : ce sont les bornes de l'intervalle d'étude.

#### Exercice 40 — Se ramener à $x^2 = k$

1°)  $5x^2 + x^2 = 14 + 4$ , soit  $6x^2 = 18$  et  $x^2 = 3$ .

2°)  $3 > 0$  : deux solutions,  $-\sqrt{3}$  et  $\sqrt{3}$ .

3°)  $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

#### Exercice 41 — Équations avec des carrés

a)  $2x^2 = 18$ ,  $x^2 = 9$  :  $S = \{-3; 3\}$

b)  $-2x^2 = -10$ ,  $x^2 = 5$  :  $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$

c)  $2x^2 = -4$ ,  $x^2 = -2$  :  $S = \emptyset$

### XI) Fonction cube

#### Exercice 42 — Images et antécédents par la fonction cube

1°)  $27$ ;  $-8$ ;  $0,008$ ;  $-125$

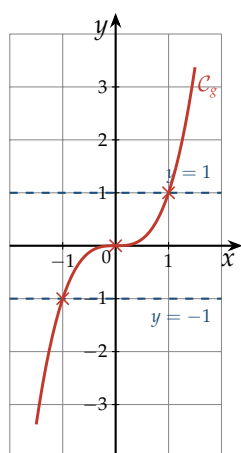
2°)  $4$ ;  $-3$ ;  $10$ ;  $\sqrt[3]{6} \approx 1,82$

Un seul antécédent à chaque fois, même pour un nombre négatif.

#### Exercice 43 — Lecture graphique avec la fonction cube

|        |      |    |      |   |     |   |     |
|--------|------|----|------|---|-----|---|-----|
| $x$    | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 |
| $g(x)$ | -3,4 | -1 | -0,1 | 0 | 0,1 | 1 | 3,4 |

2°) Courbe ci-dessous.



3°) a)  $S = \{1\}$     b)  $S = \{-1\}$     c)  $S = \{0\}$

4°) a)  $S = [-1,5; 1]$

b)  $S = ]-1; 1,5]$

c)  $S = [0; 1,5]$

Une seule solution à chaque équation : la courbe monte tout le temps, chaque droite horizontale la coupe une seule fois.

#### Exercice 44 — Équations avec des cubes (1)

a)  $-8x^3 = -16$ ,  $x^3 = 2$  :  $S = \{\sqrt[3]{2}\}$

b)  $3x^3 = 24$ ,  $x^3 = 8$  :  $S = \{2\}$

#### Exercice 45 — Équations avec des cubes (2)

a)  $3x^3 = -24$ ,  $x^3 = -8$  :  $S = \{-2\}$

b)  $-3x^3 = 15$ ,  $x^3 = -5$  :  $S = \{-\sqrt[3]{5}\}$

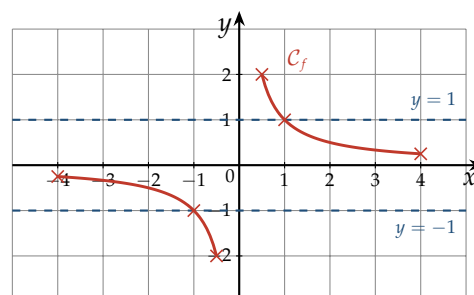
Contrairement à  $x^2 = k$ , l'équation  $x^3 = k$  a une solution même si  $k < 0$ , et une seule.

### XII) Fonction inverse

#### Exercice 46 — Lecture graphique sur l'hyperbole

|        |       |      |    |      |     |   |     |      |
|--------|-------|------|----|------|-----|---|-----|------|
| $x$    | -4    | -2   | -1 | -0,5 | 0,5 | 1 | 2   | 4    |
| $f(x)$ | -0,25 | -0,5 | -1 | -2   | 2   | 1 | 0,5 | 0,25 |

2°) Courbe ci-dessous.



3°)  $S = \{1\}$     et     $S = \{-1\}$

4°) Courbe au-dessous de  $y = 1$  :  $S = [-4; 0[ \cup ]1; 4]$

Courbe sur ou au-dessus de  $y = -1$  :

$$S = [-4; -1] \cup ]0; 4]$$

Pour  $1/x < 1$ , toute la branche de gauche convient : pour  $x < 0$ ,  $\frac{1}{x}$  est négatif, donc inférieur à 1. Le 0 est toujours exclu : valeur interdite.

#### Exercice 47 — Équations et inéquations (1)

On ne multiplie pas par  $x$ , dont le signe est inconnu : on se ramène à un quotient comparé à 0.

a)  $x \neq 0$  :  $1 = 5x$  :  $S = \{\frac{1}{5}\}$

b)  $\frac{1}{x} - 5 \leq 0$ , soit  $\frac{1-5x}{x} \leq 0$ .

|                  |           |   |               |           |   |
|------------------|-----------|---|---------------|-----------|---|
| $x$              | $-\infty$ | 0 | $\frac{1}{5}$ | $+\infty$ |   |
| $1-5x$           | +         | + | 0             | -         |   |
| $x$              | -         | 0 | +             | +         |   |
| $\frac{1-5x}{x}$ | -         |   | +             | 0         | - |

$$S = ]-\infty; 0[ \cup \left[\frac{1}{5}; +\infty\right[$$

c) Même tableau, quotient  $> 0$  :  $S = ]0; \frac{1}{5}[$

### Exercice 48 — Équations et inéquations (2)

a)  $1 = -2x$  :  $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

b)  $\frac{1}{x} + 2 \leq 0$ , soit  $\frac{1+2x}{x} \leq 0$ ; numérateur nul en  $-\frac{1}{2}$ , valeur interdite 0; signe  $+$ ,  $-$ ,  $+$  :

$$S = \left[-\frac{1}{2}; 0\right[$$

c)  $S = \left]-\frac{1}{2}; 0\right[$

### Exercice 49 — Comparer deux inverses

a)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{4} \leq 0$ , soit  $\frac{4-x}{4x} \leq 0$ ; signe  $-$ ,  $+$ ,  $-$  (interdite 0, numérateur nul en 4) :

$$S = ]-\infty; 0[ \cup [4; +\infty[$$

b)  $\frac{5-3x}{5x} \geq 0$ ; signe  $-$ ,  $+$ ,  $-$  (interdite 0, numérateur nul en  $\frac{5}{3}$ ) :

$$S = ]0; \frac{5}{3}]$$

c)  $\frac{2-x}{2x} > 0$  :  $S = ]0; 2[$

Erreur fréquente en a) : «  $x \geq 4$  » en inversant les deux membres. On oublie alors tous les  $x$  négatifs.

### Exercice 50 — Quotients du premier degré

a) Interdite : 1;  $6 = 2(3x - 3)$ , soit  $6 = 6x - 6$  et  $x = 2$  :  $S = \{2\}$

b) Interdite : 4;  $-4 = 2(-2x + 8)$ , soit  $-4 = -4x + 16$  et  $4x = 20$  :  $S = \{5\}$

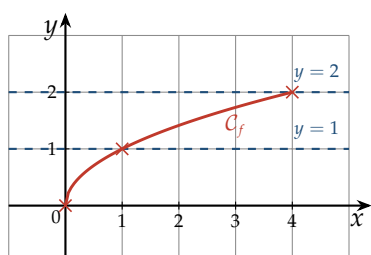
On vérifie que la solution n'est pas la valeur interdite.

## XIII) Fonction racine carrée

### Exercice 51 — Lecture graphique avec la racine carrée (1)

$$1^{\circ}) \begin{array}{c|cccccc} x & 0 & 0,5 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline f(x) & 0 & 0,7 & 1 & 1,4 & 1,7 & 2 \end{array}$$

2°) Courbe ci-dessous.



3°) a)  $S = \{1\}$  b)  $S = \{4\}$  c)  $S = \{0\}$

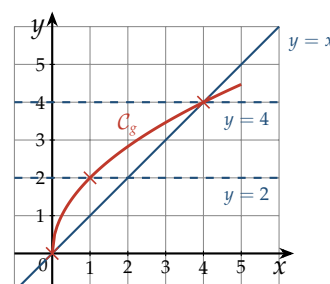
4°) a)  $S = [0; 1]$  b)  $S = [1; 4]$  c)  $S = [0; 4]$

On retrouve la méthode 14 :  $\sqrt{x} = 2$  pour  $x = 2^2 = 4$ . La courbe commence en 0 : jamais de  $x$  négatif.

### Exercice 52 — Lecture graphique avec la racine carrée (2)

$$1^{\circ}) \begin{array}{c|cccccc} x & 0 & 0,5 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline g(x) & 0 & 1,4 & 2 & 2,8 & 3,5 & 4 & 4,5 \end{array}$$

2°) Courbe ci-dessous.



3°)  $S = \{1\}$  et  $S = \{4\}$

4°)  $S = ]1; 5]$  et  $S = [0; 4]$

5°) La courbe et la droite se coupent en  $(0;0)$  et en  $(4;4)$  :  $S = \{0; 4\}$ . La courbe est sur ou au-dessus de la droite pour  $x$  entre 0 et 4 :  $S = [0; 4]$

### Exercice 53 — Isoler la racine carrée (1)

On isole  $\sqrt{x}$ , puis :  $\sqrt{x} = k$  avec  $k \geq 0$  donne  $x = k^2$ ; avec  $k < 0$ , pas de solution.

a)  $2\sqrt{x} = 8$ , soit  $\sqrt{x} = 4$  :  $S = \{16\}$

b)  $3\sqrt{x} = 9$ , soit  $\sqrt{x} = 3$  :  $S = \{9\}$

c)  $2\sqrt{x} = -6$ , soit  $\sqrt{x} = -3$  :  $S = \emptyset$

d)  $-3\sqrt{x} = -6$ , soit  $\sqrt{x} = 2$  :  $S = \{4\}$

On vérifie en remplaçant : en a),  $5 \times 4 + 2 = 22$  et  $3 \times 4 + 10 = 22$ .

### Exercice 54 — Isoler la racine carrée (2)

a)  $4\sqrt{x} = 20$ , soit  $\sqrt{x} = 5$  :  $S = \{25\}$

b)  $3\sqrt{x} = -6$ , soit  $\sqrt{x} = -2$  :  $S = \emptyset$

c)  $-3\sqrt{x} = -9$ , soit  $\sqrt{x} = 3$  :  $S = \{9\}$

d)  $-3\sqrt{x} = 0$ , soit  $\sqrt{x} = 0$  :  $S = \{0\}$

En b), une racine carrée n'est jamais négative. En d),  $\sqrt{x} = 0$  a une solution : 0.

### Exercice 55 — Inverses de carrés, de cubes et de racines

a) Interdite :  $0; 4 = x^2$  :  $S = \{-2; 2\}$

b) Interdite :  $0; -2 = 16x^3$ ,  $x^3 = -\frac{1}{8}$  :  $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

c) Il faut  $x > 0$ ;  $21 = 3\sqrt{x}$ ,  $\sqrt{x} = 7$  :  $S = \{49\}$

En b),  $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$  : on vérifie en remplaçant.