

CORRIGÉ — POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

Chapitre 3 : fiche d'exercices — Première STI2D

Les résultats sont encadrés ; les remarques en bleu signalent les erreurs fréquentes et les contrôles à faire. Le discriminant est toujours écrit $\Delta = b^2 - 4ac$ avant d'être calculé, comme au devoir.

I) Fonction polynôme du second degré

Exercice 1 — Est-ce un trinôme ?

- a) Oui : $a = 3$, $b = -2$, $c = 5$.
 b) Non : $4x + 1$ est affine (pas de x^2).
 c) Oui : $a = -1$, $b = 0$, $c = 6$.
 d) Non : il y a un terme en x^3 .
 e) $l(x) = x^2 - 2x - 8$: oui, $a = 1$, $b = -2$, $c = -8$.
 f) $m(x) = x^2 - (x^2 - 2x + 1) = 2x - 1$: non, affine.

Une expression avec des parenthèses se développe avant de conclure.

Exercice 2 — Lire les coefficients

- f : 3 ; -4 ; 2 g : -1 ; 5 ; 0
 h : 1 ; 0 ; -16 k : -2 ; 0 ; 7
 l : $\frac{1}{3}$; 1 ; -4 m : -1 ; -3 ; 6
 n : -1 ; 2 ; -5 p : 5 ; 0 ; 0

Pour m , on range d'abord : $-x^2 - 3x + 6$. Un terme absent vaut 0.

Exercice 3 — Développer d'abord

- $f(x) = x^2 - x - 12$ $g(x) = 3x^2 + x - 2$
 $h(x) = x^2 - 4x + 9$ $k(x) = 2x^2 + 12x + 17$
 $l(x) = x^2 + 6x + 9 - (x^2 - 6x + 9)$
 $l(x) = 12x$
 $m(x) = 9x^2 + 6x + 1 - 9x^2$
 $m(x) = 6x + 1$
 l et m ne sont pas des trinômes (les x^2 s'éliminent).

Exercice 4 — Calculer des images

- 1°) $f(0) = 1$; $f(1) = 3 - 2 + 1 = 2$;
 $f(-2) = 12 + 4 + 1 = 17$;
 $f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3}$
 2°) $g(2) = -4 + 12 = 8$; $g(-1) = -1 - 6 = -7$;
 $g(7) = -49 + 42 = -7$;
 $g(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4} + 3 = \frac{11}{4}$
 3°) $g(-1) = g(7)$: -1 et 7 sont symétriques par rapport à 3, l'axe de la parabole.
 $(-2)^2 = 4$: le carré d'un nombre négatif est positif.

II) Forme factorisée et racines

Exercice 5 — De la forme factorisée à la forme développée

- $f(x) = 3(x^2 - x - 2)$
 $f(x) = 3x^2 - 3x - 6$
 $g(x) = -(x^2 - x - 12)$
 $g(x) = -x^2 + x + 12$
 $h(x) = 2(x^2 + 2x + 1)$
 $h(x) = 2x^2 + 4x + 2$
 $k(x) = -3(x^2 - 3x + 2)$
 $k(x) = -3x^2 + 9x - 6$

On développe les deux parenthèses, puis on multiplie par a .

Exercice 6 — Équations produit

- a) $S = \{-2; 5\}$
 b) $x + 4 = 0$ ou $2x - 3 = 0$: $S = \{-4; \frac{3}{2}\}$
 c) $x + 1 = 0$: $S = \{-1\}$
 d) $x = 0$ ou $2x - 8 = 0$: $S = \{0; 4\}$

Le facteur -3 (ou 5) ne s'annule jamais : il n'intervient pas.

Exercice 7 — Lire les racines

- f : 3 et -4 g : -2 et 6
 h : 5 et -1 k : $\frac{1}{3}$ et -2
 l : 1 (double) m : -5 et 5
 n : 0 et 7 p : -1 et -6

Pour k , $3x - 1 = 0$ donne $x = \frac{1}{3}$: ce n'est pas 1.

Exercice 8 — Les deux formes d'une même fonction

- 1°) $f(x) = 3(x^2 - x - 2) = 3x^2 - 3x - 6$
 2°) Forme factorisée : $f(0) = 3 \times 1 \times (-2) = -6$;
 forme développée : $f(0) = -6$.
 3°) Racines -1 et 2 : $S = \{-1; 2\}$.
 4°) Oui, avec $a = 3$.

III) Le discriminant

Exercice 9 — Calculer un discriminant

$\Delta = b^2 - 4ac$, avec les nombres négatifs entre parenthèses.

$$\begin{array}{ll} f : 4 + 60 = \boxed{64} > 0 & g : 4 + 60 = \boxed{64} > 0 \\ h : 4 - 60 = \boxed{-56} < 0 & k : 4 - 60 = \boxed{-56} < 0 \\ l : 144 - 144 = \boxed{0} & m : 100 - 100 = \boxed{0} \\ n : 25 - 24 = \boxed{1} > 0 & p : 16 - 24 = \boxed{-8} < 0 \\ q : 49 - 24 = \boxed{25} > 0 & \end{array}$$

Pour k : $-4 \times (-1) \times (-15) = -60$. Le signe de $-4ac$ dépend des signes de a et de c .

Exercice 10 — Combien de racines ?

$$\begin{array}{ll} f : \Delta = 9 : \boxed{2} & g : \Delta = -4 : \boxed{0} \\ h : \Delta = 36 : \boxed{2} & k : \Delta = 0 : \boxed{1} \\ l : \Delta = 1 : \boxed{2} & m : \Delta = -23 : \boxed{0} \end{array}$$

Exercice 11 — Quand b ou c est nul

$$\begin{array}{ll} f : 0 + 100 = \boxed{100} : 2 & g : 0 + 144 = \boxed{144} : 2 \\ h : 49 - 0 = \boxed{49} : 2 & k : 36 - 0 = \boxed{36} : 2 \\ l : 0 - 40 = \boxed{-40} : 0 & m : 0 - 16 = \boxed{-16} : 0 \end{array}$$

Si $b = 0$, $\Delta = -4ac$; si $c = 0$, $\Delta = b^2$.

IV) Racines et équations du second degré

Exercice 12 — Deux racines

$$\begin{array}{l} \text{a) } \Delta = 4 + 60 = 64 : \\ x_1 = \frac{2-8}{2} = -3 \quad x_2 = \frac{2+8}{2} = 5 \\ S = \{-3; 5\} \\ \text{b) } \Delta = 9 + 16 = 25 : \\ x_1 = \frac{-3-5}{4} = -2 \quad x_2 = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2} \\ S = \{-2; \frac{1}{2}\} \\ \text{c) } \Delta = 64 - 60 = 4 : \\ x_1 = \frac{8-2}{6} = 1 \quad x_2 = \frac{8+2}{6} = \frac{5}{3} \\ S = \{1; \frac{5}{3}\} \\ \text{d) } \Delta = 49 - 48 = 1 : \\ x_1 = \frac{-7-1}{-2} = 4 \quad x_2 = \frac{-7+1}{-2} = 3 \\ S = \{3; 4\} \end{array}$$

Avec $a < 0$, le dénominateur $2a$ est négatif : attention aux signes.

Exercice 13 — Les trois cas

$$\begin{array}{l} \text{a) } \Delta = 400 - 400 = 0; x_0 = \frac{20}{8} : S = \{\frac{5}{2}\} \\ \text{b) } \Delta = 4 - 16 = -12 < 0 : S = \emptyset \\ \text{c) } \Delta = 4 - 60 = -56 < 0 : S = \emptyset \\ \text{d) } \Delta = 64 - 64 = 0; x_0 = \frac{-8}{2} : S = \{-4\} \\ \text{e) } \Delta = 1 + 48 = 49; \frac{-1-7}{12} \text{ et } \frac{-1+7}{12} : \\ S = \{-\frac{2}{3}; \frac{1}{2}\} \end{array}$$

$$\text{f) } \Delta = 25 - 16 = 9; \frac{-5-3}{-4} \text{ et } \frac{-5+3}{-4} : S = \{\frac{1}{2}; 2\}$$

Exercice 14 — Sans discriminant

$$\begin{array}{l} \text{a) } x^2 = 7 : S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\} \\ \text{b) } x(2x - 9) = 0 : S = \{0; \frac{9}{2}\} \\ \text{c) } (x - 8)(x + 8) = 0 : S = \{-8; 8\} \\ \text{d) } (3x - 2)(3x + 2) = 0 : S = \{-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\} \\ \text{e) } 3x(x + 4) = 0 : S = \{-4; 0\} \\ \text{f) } x^2 = -9, \text{ impossible : } S = \emptyset \end{array}$$

Pas de terme constant : facteur commun x . Pas de terme en x : on isole x^2 .

Exercice 15 — Tout ramener d'un côté

$$\begin{array}{l} \text{a) } x^2 + 2x - 8 = 0; \Delta = 36 : S = \{-4; 2\} \\ \text{b) } x^2 + 3x + 2x + 6 = 0, \text{ soit } x^2 + 5x + 6 = 0; \Delta = 1 : \\ S = \{-3; -2\} \\ \text{c) } x^2 - 3x + 2 = 0; \Delta = 1 : S = \{1; 2\} \\ \text{d) } x^2 - x - 6 - 6 = 0, \text{ soit } x^2 - x - 12 = 0; \Delta = 49 : \\ S = \{-3; 4\} \end{array}$$

En d), on ne résout pas « $x + 2 = 6$ ou $x - 3 = 6$ » : le produit vaut 6, pas 0.

Exercice 16 — Racines d'une fonction

$$\begin{array}{l} \text{a) } \Delta = 81 - 80 = 1 : 4 \text{ et } 5 \\ \text{b) } \Delta = 9 + 216 = 225; \frac{-3-15}{-6} \text{ et } \frac{-3+15}{-6} : 3 \text{ et } -2 \\ \text{c) } \Delta = 16 - 28 = -12 < 0 : \text{aucune racine} \\ \text{d) } \Delta = 36 - 36 = 0 : \frac{1}{3} \text{ (racine double)} \end{array}$$

En b), on peut aussi diviser par -3 : $x^2 - x - 6 = 0$, même racines.

V) Factoriser un trinôme

Exercice 17 — Les racines sont données

$$\begin{array}{l} \text{a) } (x + 3)(x - 2) \\ \text{b) } 3(x + 3)(x - 2) \\ \text{c) } -(x - 1)(x - 4) \\ \text{d) } 2(x - 3)^2 \end{array}$$

Contrôle sur le terme constant : en b), $3 \times 3 \times (-2) = -18$.

Exercice 18 — Factoriser

$$\begin{array}{l} \text{a) } \Delta = 36, \text{ racines } -2 \text{ et } 4 : (x + 2)(x - 4) \\ \text{b) } \Delta = 9, \text{ racines } -\frac{1}{2} \text{ et } 1 : 2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 1) \end{array}$$

c) $\Delta = 16$, racines 1 et -3 : $-(x-1)(x+3)$

d) $\Delta = 25$, racines $\frac{1}{3}$ et 2 : $3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x-2)$

En b) et d), on peut aussi écrire $(2x+1)(x-1)$ et $(3x-1)(x-2)$.

Exercice 19 — Factoriser si c'est possible

a) $\Delta = 0$, racine -2 : $(x+2)^2$

b) $\Delta = -36 < 0$: ne se factorise pas

c) $(x-3)(x+3)$

d) $\Delta = 49$, racines $-\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{2}$: $6\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

e) $\Delta = 1 - 24 = -23 < 0$: ne se factorise pas

f) $\Delta = 36 - 36 = 0$, racine 1 : $-3(x-1)^2$

Exercice 20 — Racine évidente

a) $f(1) = 1 - 6 + 5 = 0$. $f(x) = (x-1)(x-x_2)$ et $f(0) = 5 = x_2$: $(x-1)(x-5)$

b) $g(1) = 2 + 5 - 7 = 0$. $g(0) = -7$ et $g(0) = 2 \times (-1) \times (-x_2)$, soit $2x_2$; donc $x_2 = -\frac{7}{2}$: $2(x-1)\left(x + \frac{7}{2}\right)$

c) $h(-1) = -2 + 5 - 3 = 0$. $h(0) = -3$ et $h(0) = -2 \times 1 \times (-x_2)$, soit $2x_2$; donc $x_2 = -\frac{3}{2}$: $-2(x+1)\left(x + \frac{3}{2}\right)$

On vérifie en développant : le calcul du discriminant donne le même résultat.

VI) Représentation graphique

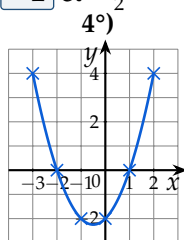
Exercice 21 — Tableau de valeurs et tracé

1°) $a = 1 > 0$: un creux.

2°) $\Delta = 1 + 8 = 9$: racines $\frac{-1-3}{2} = -2$ et $\frac{-1+3}{2} = 1$.

3°)

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	0	-2	-2	0	4



Le tableau est symétrique par rapport à $x = -\frac{1}{2}$: $f(-1) = f(0)$, $f(-2) = f(1)$. On relie à main levée, sans ligne brisée.

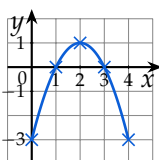
Exercice 22 — Un deuxième tracé

$a = -1 < 0$: une bosse.

$\Delta = 16 - 12 = 4$: racines 1 et 3.

3.

x	0	1	2	3	4
$g(x)$	-3	0	1	0	-3



Exercice 23 — Associer une courbe à une fonction

1°) $f : a > 0$, deux racines (± 1); $g : a < 0$, deux racines ($\pm\sqrt{3}$);
 $h : a > 0$, aucune racine; $k : a > 0$, une racine double (-1).

2°) Courbe 1 : g (une bosse); courbe 2 : k (touche l'axe en -1);
 courbe 3 : f (coupe l'axe en ± 1); courbe 4 : h (au-dessus de l'axe).

Exercice 24 — Sans tracer

$f : \Delta = 0$: 1 point

$g : \Delta = -47$: 0

$h : \Delta = 36$: 2

$k : \Delta = 144$: 2

$l : \Delta = 0$: 1

$m : \Delta = -8$: 0

VII) Sommet et variations

Exercice 25 — Coordonnées du sommet

$\alpha = -\frac{b}{2a}$, puis $\beta = f(\alpha)$.

a) $\alpha = \frac{6}{2} = 3$; $\beta = 9 - 18 + 2 = -7$: $S(3; -7)$

b) $\alpha = -\frac{4}{2} = -2$; $\beta = -4 + 8 + 3 = 7$: $S(-2; 7)$

c) $\alpha = -\frac{8}{4} = -2$; $\beta = 8 - 16 + 5 = -3$: $S(-2; -3)$

d) $\alpha = -\frac{12}{4} = -3$; $\beta = -18 + 36 - 7 = 11$: $S(-3; 11)$

Exercice 26 — Tableau de variations

a) $\alpha = 2$, $\beta = -1$, $a > 0$: minimum -1 en $x = 2$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

b) $\alpha = 1$, $\beta = -3 + 6 + 9 = 12$, $a < 0$: maximum 12 en $x = 1$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	12	$-\infty$

c) $\alpha = -2$, $\beta = 8 - 16 = -8$, $a > 0$: minimum -8 en $x = -2$.

d) $\alpha = -3$, $\beta = -9 + 18 - 5 = 4$, $a < 0$: maximum 4 en $x = -3$.

c) et d) : tableaux sur le même modèle que a) et b).

Exercice 27 — Le sommet à partir des racines

1°) $f : \Delta = 4$, racines 2 et 4 . g : on divise par -2 , $x^2 - 4x - 5 = 0$, racines -1 et 5 .

2°) $f : \alpha = \frac{2+4}{2} = 3$; $g : \alpha = \frac{-1+5}{2} = 2$.

3°) $f(3) = 9 - 18 + 8 = -1$: minimum (creux);
 $g(2) = -8 + 16 + 10 = 18$: maximum (bosse).

Exercice 28 — Maximum ou minimum ?

- a) $a > 0; \alpha = 1$: **minimum -3** en $x = 1$
 b) $a < 0; \alpha = 2$: **maximum 6** en $x = 2$
 c) $a < 0; \alpha = 1$: **maximum 3** en $x = 1$
 d) $a > 0; \alpha = -4$: **minimum -4** en $x = -4$

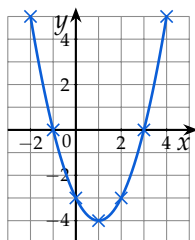
Le signe de a suffit à dire « maximum » ou « minimum ».

VIII Synthèse : étudier et tracer une parabole
Exercice 29 — Étude complète

$a = 1 > 0$: un creux. $\alpha = 1, \beta = -4, \Delta = 16$: racines -1 et 3.

x	-2	1	4
$f(x)$	5	-4	5

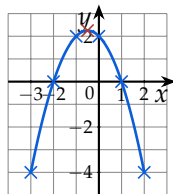
x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	5	0	-3	-4	-3	0	5


Exercice 30 — Étude complète

$a = -1 < 0$: une bosse. $\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 2 = \frac{9}{4}, \Delta = 1 + 8 = 9$: racines -2 et 1.

x	-3	$-\frac{1}{2}$	2
$g(x)$	-4	$\frac{9}{4}$	-4

x	-3	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-4	0	2	2	0	-4

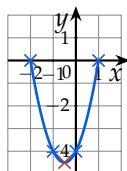

Exercice 31 — Étude complète

$a = 2 > 0$: un creux. $\alpha = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2} - 1 - 4 = -\frac{9}{2}, \Delta = 4 + 32 = 36$: racines $-\frac{-2-6}{4} = -2$ et $\frac{-2+6}{4} = 1$.

x	-2	$-\frac{1}{2}$	1
$h(x)$	0	$-\frac{9}{2}$	0

x	-2	-1	0	1
$h(x)$	0	-4	-4	0

La courbe passe bien par $(-2; 0)$ et $(1; 0)$.


IX) Signe d'un trinôme
Exercice 32 — À partir de la forme factorisée

Signe de a à l'extérieur des racines, signe contraire entre elles.
 f : racines -2 et 5, $a = 3 > 0$.

x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

g : racines -6 et 1, $a = -2 < 0$: signe -, +, -.

h : racines -4 et $\frac{1}{3}$, $a = 12 > 0$: signe +, -, +.

k : racines $-\frac{1}{4}$ et $\frac{5}{2}$, $a = -24 < 0$: signe -, +, -.

Pour h , $a = 4 \times 3 = 12$: le coefficient de x^2 après développement.

Exercice 33 — À partir de la forme développée

a) $\Delta = 25 + 96 = 121$; racines -4 et $\frac{3}{2}$; $a > 0$: +, -, +.

b) $\Delta = 4 + 32 = 36$; racines -2 et 4 ; $a < 0$: -, +, -.

c) $\Delta = 49 - 24 = 25$; racines $\frac{1}{2}$ et 3 ; $a > 0$: +, -, +.

d) $\Delta = 1 + 24 = 25$; racines -1 et $\frac{2}{3}$; $a < 0$: -, +, -.

a) par exemple :

x	$-\infty$	-4	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

On range toujours les racines dans l'ordre croissant avant de remplir le tableau.

Exercice 34 — Les trois cas

a) $\Delta = 0$, racine -2 : positif, nul en -2.

b) Racines -2 et 2 : +, -, +.

c) $\Delta = -16 < 0, a > 0$: toujours positif.

d) $\Delta = -12 < 0, a < 0$: toujours négatif.

e) $\Delta = 0$, racine $\frac{1}{3}$, $a < 0$: négatif, nul en $\frac{1}{3}$.

f) $\Delta = 1$, racines 1 et $\frac{3}{2}$, $a > 0$: +, -, +.

Exercice 35 — Sans tableau de signes

a) $a > 0, \Delta = -8 < 0$: **toujours positif**

b) $a < 0, \Delta = -24 < 0$: **toujours négatif**

c) $\Delta = 144 > 0$: **change de signe** (en -2 et 2)

d) $a < 0, \Delta = 0$: **négatif ou nul** (nul en 2)

e) $a > 0, \Delta = -15 < 0$: **toujours positif**

f) $a < 0, \Delta = -8 < 0$: **toujours négatif**

X) Inéquations du second degré

Exercice 36 — Inéquations

- a) $\Delta = 0$, racine -2 ; positif sauf en -2 :
 $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
- b) $\Delta = 1$, racines 1 et $\frac{3}{2}$; $a < 0$: négatif à l'extérieur :
 $S =]-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty[$
- c) Racines -3 et 5 ; $a > 0$: $S =]-\infty; -3] \cup [5; +\infty[$
- d) $\Delta = 49$, racines -5 et 2 : $S =]-5; 2[$

Crochets fermés en une racine pour $\leq$ ou $\geq$, ouverts pour $<$ ou $>$.

Exercice 37 — Tout ramener d'un côté

- a) $-2x^2 + 7x - 3 \leq 0$; $\Delta = 25$, racines $\frac{1}{2}$ et 3 ; $a < 0$:
 $S =]-\infty; \frac{1}{2}] \cup [3; +\infty[$
- b) $2x^2 - 3x + 4 \geq 0$; $\Delta = -23 < 0$, $a > 0$: $S = \mathbb{R}$
- c) $x^2 - 5x + 6 \geq 0$; racines 2 et 3 :
 $S =]-\infty; 2] \cup [3; +\infty[$
- d) $x^2 - 6x + 8 < 0$; racines 2 et 4 : $S =]2; 4[$

Exercice 38 — Cas particuliers

- a) $S =]-\infty; -5] \cup [5; +\infty[$
- b) $S =]-3; 3[$
- c) $S =]-1; 1[$
- d) $3x^2 + 6 > 0$ toujours : $S = \emptyset$
- e) Un carré est positif, nul seulement en -2 :
 $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
- f) $\Delta = -15 < 0$, $a > 0$: $S = \mathbb{R}$

En a), $x^2 \geq 25$ ne donne pas seulement $x \geq 5$: on n'oublie pas les négatifs.

Exercice 39 — Lecture graphique

- a) La courbe coupe l'axe des abscisses en -3 et 1 ; par le calcul, $\Delta = 16$: $S = \{-3; 1\}$
- b) Courbe au-dessus de l'axe :
 $S =]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$
- c) $S = [-3; 1]$
- d) $x^2 + 2x - 3 = -3$, soit $x(x+2) = 0$:
 $S = \{-2; 0\}$; sur le graphique, la droite $y = -3$ coupe la courbe en -2 et 0 .

XI) Intersection d'une parabole et d'une droite

Exercice 40 — Points d'intersection

On résout $f(x) = g(x)$; les ordonnées se calculent avec la droite.

- a) $x^2 - 3x = 0$, soit $x(x-3) = 0$: $(0; 2)$ et $(3; -1)$

- b) $x^2 - 2x + 1 = 0$, racine double 1 : $(1; 7)$ (la droite est tangente)
- c) $x^2 - 2x + 2 = 0$, $\Delta = -4 < 0$: aucun point

Exercice 41 — Deux paraboles

- a) $2x^2 - 2x - 4 = 0$, soit $x^2 - x - 2 = 0$, racines -1 et 2 :
 $(-1; -3)$ et $(2; 3)$
- b) $2x^2 - 4x + 2 = 0$, soit $(x-1)^2 = 0$: $(1; 3)$
- c) $-6x + 6 = 0$, donc $x = 1$: $(1; 2)$

En c), les termes en x^2 s'éliminent : l'équation est du premier degré.

Exercice 42 — Combien de points?

- $\mathcal{D}_1 : x^2 - 4x + 4 = 0$, $\Delta = 0$: 1 point.
- $\mathcal{D}_2 : x^2 - 4x + 5 = 0$, $\Delta = -4$: aucun.
- $\mathcal{D}_3 : x^2 - 4x - 1 = 0$, $\Delta = 20$: 2 points.

Exercice 43 — Avec un paramètre

- 1°) $x^2 + x = 3x + m$, soit $x^2 - 2x - m = 0$.
- 2°) $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-m) = 4 + 4m$.
- 3°) Deux points si $4 + 4m > 0$, soit $m > -1$; un seul si $m = -1$; aucun si $m < -1$.

XII) Position relative de deux courbes

Exercice 44 — Une parabole et une droite

- 1°) $d(x) = x^2 + x - 2 - (3x - 2) = x^2 - 2x$
- 2°) $d(x) = x(x-2)$: racines 0 et 2 , $a > 0$: +, -, +.
- 3°) $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de la droite sur $]-\infty; 0[$ et sur $]2; +\infty[$, au-dessous sur $]0; 2[$; elles se coupent en $(0; -2)$ et $(2; 4)$.

Exercice 45 — Trois situations

- a) $d(x) = x^2 - 5x + 4$, racines 1 et 4 : $\mathcal{C}_f$ au-dessous sur $]1; 4[$, au-dessus ailleurs.
- b) $d(x) = -x^2 + 2x = -x(x-2)$: $\mathcal{C}_f$ au-dessus sur $]0; 2[$, au-dessous ailleurs.
- c) $d(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0$: $\mathcal{C}_f$ toujours au-dessus, sauf en $x = 1$ où elles se touchent.

Exercice 46 — Deux paraboles

- a) $d(x) = 2x^2 - 3x - 2$, $\Delta = 25$, racines $-\frac{1}{2}$ et 2 : $\mathcal{C}_f$ au-dessous sur $]-\frac{1}{2}; 2[$, au-dessus ailleurs.
- b) $d(x) = 6x - 6$: $\mathcal{C}_f$ au-dessus pour $x > 1$, au-dessous pour $x < 1$.
- c) $d(x) = x^2 - 2x - 3$, racines -1 et 3 : $\mathcal{C}_f$ au-dessous sur $]-1; 3[$, au-dessus ailleurs.

On soustrait toute l'expression de g : la parenthèse est indispensable.

XIII) Problèmes du second degré

Exercice 47 — Une aire imposée

- 1°) Le demi-périmètre vaut 7 : $0 < x < 7$.
- 2°) Largeur $7 - x$; aire $x(7 - x) = -x^2 + 7x$.
- 3°) $-x^2 + 7x > 10$, soit $x^2 - 7x + 10 < 0$; racines 2 et 5 : $2 < x < 5$. La longueur doit être strictement comprise entre 2 et 5 cm.

Exercice 48 — Une trajectoire

- 1°) $h(0) = 35 \text{ m}$.
- 2°) $\alpha = -\frac{30}{-10} = 3$; $h(3) = -45 + 90 + 35 = 80 \text{ m}$, au bout de 3 s.
- 3°) $-5t^2 + 30t + 35 = 0$, soit $t^2 - 6t - 7 = 0$; racines -1 et 7 ; on garde $t = 7 \text{ s}$.
- 4°) $h(t) > 35$, soit $-5t^2 + 30t > 0$, soit $t(t - 6) < 0$: $t \in]0 ; 6[$, soit 6 s .

Diviser par -5 change le sens d'une inégalité.

Exercice 49 — Un atelier

- 1°) $B(x) = 42x - (x^2 - 8x + 400) = -x^2 + 50x - 400$.
- 2°) $\Delta = 2\,500 - 1\,600 = 900$; racines 10 et 40 ; $a < 0$: $B(x) > 0$ pour $10 < x < 40$.
- 3°) $\alpha = 25$ et $B(25) = -625 + 1\,250 - 400$: 225 € pour 25 pièces.