

1^{re} STI2D — Suites numériques

Fiche d'exercices du chapitre

I — Définition d'une suite

Exercice 1 : Suites logiques

Pour chaque liste, dire comment on passe d'un nombre au suivant, puis écrire les trois nombres suivants.

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| a) 5; 10; 15; 20; 25; ... | d) 3; 9; 27; 81; ... |
| b) 2; 9; 16; 23; 30; ... | e) 1; 8; 27; 64; 125; ... |
| c) 30; 26; 22; 18; ... | f) 1; 3; 4; 7; 11; 18; ... |

Exercice 2 : Rang et position

La suite (u_n) commence par 7; 13; 19; 25; ..., avec $u_0 = 7$.

- 1) Donner u_1 et u_3 .
- 2) Quel est le rang du 5^e terme? Calculer ce terme.
- 3) Calculer u_8 . À quelle position de la liste se trouve-t-il?

Exercice 3 : Lire un tableau

Voici les premiers termes d'une suite (u_n) .

n	0	1	2	3	4	5
u_n	15	11	7	3	-1	-5

- 1) Donner u_3 , puis le 3^e terme de la suite.
- 2) Pour quel rang n a-t-on $u_n = -1$?
- 3) Comment passe-t-on d'un terme au suivant? En déduire u_6 .

Exercice 4 : Les tribunes d'un stade

Dans une tribune, la première rangée compte 30 sièges, et chaque rangée en compte 4 de plus que la précédente. On note $u_0 = 30$ le nombre de sièges de la première rangée, u_1 celui de la deuxième, etc.

- 1) Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .
- 2) Combien de sièges compte la 10^e rangée?
- 3) Quelle rangée compte 70 sièges?

II — Suites définies explicitement

Exercice 5 : Des entiers

Soit $u_n = 5n - 8$. Calculer u_0 , u_1 , u_2 , u_3 et u_4 , puis u_{20} et u_{100} .

Exercice 6 : Pour chaque formule

Pour chaque suite, calculer les quatre premiers termes, puis le terme de rang 10.

- | | |
|--------------------|-------------------------------|
| a) $a_n = 3^n$ | d) $d_n = n^2 - 4n$ |
| b) $b_n = n^2 + n$ | e) $e_n = \frac{1}{2}n^2 - 1$ |
| c) $c_n = -3n + 4$ | f) $f_n = (n - 3)^2$ |

Exercice 7 : Fractions et signes

- 1) Soit $u_n = \frac{n+1}{n+2}$. Calculer u_0 , u_1 , u_2 , u_3 et u_8 , sous forme de fractions.
- 2) Soit $v_n = (-1)^n$. Calculer v_1 , v_2 , v_3 et v_4 , puis v_{40} , v_{65} et v_{100} .

Exercice 8 : u_{n+1} ou $u_n + 1$?

Pour chaque suite, exprimer u_{n+1} , puis $u_n + 1$, en fonction de n .

- | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| a) $u_n = 3n + 2$ | b) $u_n = 5 - 4n$ | c) $u_n = n^2 - 2$ |
|-------------------|-------------------|--------------------|

Exercice 9 : La borne de recharge

Une borne de recharge pour voiture électrique facture 2 € la connexion, puis 3 € par heure. On note p_n le prix payé pour n heures de charge.

- 1) Exprimer p_n en fonction de n .
- 2) Combien coûtent 5 heures de charge? 8 heures?
- 3) Une conductrice a payé 23 €. Combien de temps sa voiture a-t-elle chargé?

III — Suites définies par récurrence

Exercice 10 : Tripler et enlever

Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n - 2$. Calculer u_1 , u_2 , u_3 , u_4 et u_5 .

Exercice 11 : Des relatifs

Pour chaque suite, calculer les quatre termes qui suivent le premier.

- a) $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = -2u_n + 3$
- b) $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = v_n^2 - 3$
- c) $w_0 = -4$ et $w_{n+1} = 6 - w_n$

Exercice 12 : Sans tout calculer?

- 1) Soit $a_0 = -3$ et $a_{n+1} = -a_n$. Calculer a_1 à a_5 , puis deviner a_{40} et a_{77} .
- 2) Soit $b_0 = 5$ et $b_{n+1} = b_n + 4$. Calculer b_1 à b_5 . Combien de calculs faudrait-il pour obtenir b_{50} de cette façon?

Exercice 13 : Avec des fractions

Soit $u_0 = 50$ et $u_{n+1} = \frac{10}{u_n}$. Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 . Que remarque-t-on?

Exercice 14 : Quand la relation contient n

Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n - 2n + 5$. Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 (le nombre n change à chaque étape).

Exercice 15 : Une culture de levures

Une cuve contient 300 milliers de levures. Chaque heure, leur nombre double, puis on en prélève 80 milliers. On note b_n le nombre de levures (en milliers) après n heures.

- 1) Donner b_0 , puis exprimer b_{n+1} en fonction de b_n .
- 2) Calculer b_1 , b_2 et b_3 .

IV — Programmer une suite définie par récurrence

Exercice 16 : Que renvoie ce programme?

```
def suite(n):  
    u = 3  
    for i in range(n):  
        u = 3*u - 4  
    return u
```

- 1) Quelle suite ce programme calcule-t-il? Donner u_0 et la relation de récurrence.
- 2) Calculer à la main ce que renvoient `suite(1)`, `suite(2)` et `suite(5)`.

Exercice 17 : Même travail

Même travail avec la ligne `u = 160` au départ et la ligne `u = 0.5*u + 2` dans la boucle, pour `suite(1)`, `suite(2)` et `suite(6)`.

Exercice 18 : Compléter le programme

Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 1 + 2u_n$.

- 1) Calculer u_3 à la main.
- 2) Compléter le programme, puis donner u_{10} .

```
def suite(n):  
    u = .....  
    for i in range(n):  
        u = .....  
    return u
```

- 3) Même travail avec `v_0 = 1` et `v_{n+1} = 6 - 2v_n` : écrire le programme, puis donner v_1 , v_5 et v_{10} .

Exercice 19 : Les abonnés d'une salle de sport

Une salle de sport compte 1 200 abonnés en 2024. Chaque année, 40 % des abonnés ne se réinscrivent pas, et 600 nouveaux abonnés arrivent. On note a_n le nombre d'abonnés l'année 2024 + n : $a_0 = 1200$.

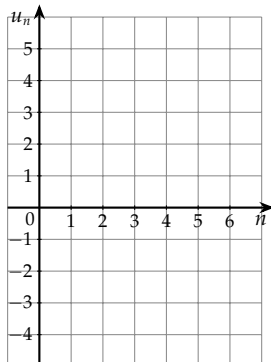
- 1) Calculer a_1 et a_2 .
- 2) Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
- 3) Écrire un programme qui renvoie a_n .
- 4) Combien y aura-t-il d'abonnés en 2039 (arrondi à l'unité)?
- 5) Vers quelle valeur le nombre d'abonnés semble-t-il se stabiliser?

V — Représentation graphique d'une suite

Exercice 20 : Placer les points

Soit $u_n = n^2 - 6n + 5$.

- 1) Calculer $u_0, u_1, \dots, u_6$.
- 2) Représenter ces termes dans le repère ci-contre.



Exercice 21 : Une suite qui alterne

Soit $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = -u_n + 2$. Calculer u_1 à u_6 , puis représenter ces termes dans un repère.

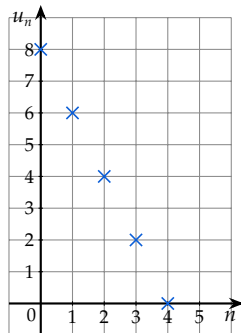
Exercice 22 : Une suite qui se rapproche

Soit $u_0 = -6$ et $u_{n+1} = \frac{u_n + 10}{2}$. Calculer u_1 à u_4 , puis représenter u_0 à u_4 dans un repère. De quel nombre les termes semblent-ils se rapprocher?

Exercice 23 : Lire un graphique

Les croix représentent les premiers termes d'une suite (u_n) .

- 1) Lire u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 .
- 2) Comment passe-t-on d'un terme au suivant?
- 3) En déduire u_5 et u_6 .



VI — Sens de variation d'une suite

Exercice 24 : Conjecturer

Voici les premiers termes de quatre suites. Pour chacune, dire si elle semble croissante, décroissante, ou ni l'une ni l'autre.

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) 1; 3; 6; 10; 15 | c) 2; -2; 2; -2; 2 |
| b) 8; 5; 1; -4; -10 | d) -9; -7; -6; -4; -3 |

Exercice 25 : Suites définies par récurrence

Étudier le sens de variation de chaque suite à l'aide de $u_{n+1} - u_n$.

- $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = u_n - 6$
- $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = u_n + n^2 + 1$
- $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = u_n - 2n^2$
- $u_0 = -5$ et $u_{n+1} = u_n + 5n + 3$

Exercice 26 : Suites définies explicitement

Pour chaque suite, exprimer u_{n+1} en fonction de n , puis étudier le sens de variation à l'aide de $u_{n+1} - u_n$.

- | | |
|-------------------|---------------------|
| a) $u_n = 4n - 9$ | c) $u_n = 2n^2 - 5$ |
| b) $u_n = 6 - 3n$ | d) $u_n = n^2 + 6n$ |

Exercice 27 : Conjecture, puis preuve

Soit $u_n = -n^2 + 4n + 5$.

- 1) Calculer les six premiers termes. Que peut-on conjecturer à partir de u_2 ?
- 2) Montrer que $u_{n+1} - u_n = 3 - 2n$.
- 3) Quel est le signe de $3 - 2n$ quand $n \geq 2$? Conclure.

VII — Suites arithmétiques

Exercice 28 : Premiers termes

(u_n) est arithmétique. Écrire la relation de récurrence, puis calculer u_1, u_2 et u_3 .

- | | |
|---------------------------|---|
| a) $u_0 = 4$ et $r = 6$ | c) $u_0 = -3$ et $r = 0,5$ |
| b) $u_0 = 12$ et $r = -5$ | d) $u_0 = \frac{1}{4}$ et $r = \frac{1}{2}$ |

Exercice 29 : Arithmétique ou pas?

Pour chaque situation, dire si elle se traduit par une suite arithmétique; si oui, donner le premier terme et la raison.

- Un loyer de 650 € augmente de 15 € chaque année.
- Une population de 5 000 bactéries augmente de 10 % par heure.
- Une piscine de 60 m³ se vide de 4 m³ par heure.
- Une balle lâchée de 3 m remonte, à chaque rebond, aux trois quarts de sa hauteur précédente.

Exercice 30 : Le food truck

La première semaine, un food truck sert 40 repas; ensuite, il en sert chaque semaine 5 de plus que la semaine précédente. On note $u_1 = 40$ les repas de la première semaine, u_2 ceux de la deuxième, etc.

- 1) Justifier que (u_n) est arithmétique et donner sa raison.
- 2) Combien de repas sont servis la 2^e semaine? la 6^e?

Exercice 31 : Une application

Une application compte 2 500 utilisateurs le premier mois, puis 400 de plus chaque mois. On note v_1 le nombre d'utilisateurs du premier mois, v_2 celui du deuxième, etc.

- 1) Donner v_1 , puis calculer v_2, v_3 et v_4 .
- 2) Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Donner sa raison.

VIII — Reconnaître une suite arithmétique

Exercice 32 : À partir des termes

Ces nombres peuvent-ils être les premiers termes d'une suite arithmétique? Si oui, donner la raison.

- | | |
|-----------------|-----------------------|
| a) 3; 8; 13; 18 | d) 1,5; 2,25; 3; 3,75 |
| b) 20; 14; 8; 2 | e) 401; 377; 353; 329 |
| c) 2; 3; 5; 8 | f) 2; 4; 8; 16 |

Exercice 33 : Démontrer

Soit $u_n = 5n - 2$.

- 1) Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3 .
- 2) Exprimer u_{n+1} en fonction de n .
- 3) Démontrer que (u_n) est arithmétique; préciser son premier terme et sa raison.

Exercice 34 : Pour chaque suite

Pour chaque suite, dire si elle est arithmétique. Si oui, donner sa raison et son premier terme; sinon, le prouver avec les premiers termes.

- | | |
|------------------------|---------------------------------------|
| a) $a_n = 4n$ | e) $e_n = 2 - n^2$ |
| b) $b_n = 2 - 3n$ | f) $f_n = (n+2)^2 - n^2$ |
| c) $c_n = n^2 + n$ | g) $g_0 = 1$ et $g_{n+1} = g_n^2 + 1$ |
| d) $d_n = \frac{n}{3}$ | |

IX — Terme général et variations d'une suite arithmétique

Exercice 35 : Calculer un terme éloigné

(u_n) est arithmétique. Exprimer u_n en fonction de n , calculer le terme demandé, puis donner le sens de variation.

- a) $u_0 = 8, r = -3 : u_9$ c) $u_0 = -5, r = \frac{5}{2} : u_6$
b) $u_0 = 2, r = 6 : u_{100}$ d) $u_0 = 4, r = -\frac{2}{3} : u_9$

Exercice 36 : Quand on ne part pas de u_0

(u_n) est arithmétique.

- a) $u_1 = 3$ et $r = 4$. Exprimer u_n , puis calculer u_{10} .
b) $u_1 = -6$ et $r = 0,5$. Calculer u_{21} .
c) $u_4 = 10$ et $r = 3$. Calculer u_0 , puis u_{12} .

Exercice 37 : Une application (suite)

On reprend l'exercice 31 : $v_1 = 2500$ et $r = 400$.

- 1) Exprimer v_n en fonction de n .
2) Combien l'application comptera-t-elle d'utilisateurs le 12^e mois ?
3) Quel est le sens de variation de (v_n) ?

Exercice 38 : Économiser pour un scooter

Une apprentie veut acheter un scooter à 2 000 €. Le 1^{er} mars, elle a 1 100 € ; elle met ensuite 75 € de côté chaque mois. On note $u_1 = 1 100$ son épargne au 1^{er} mars, u_2 au 1^{er} avril, etc.

- 1) Calculer u_2, u_3 et u_4 .
2) Exprimer u_n en fonction de n , puis calculer u_7 .
3) Pour quel n a-t-on $u_n = 2 000$? À quelle date pourra-t-elle acheter le scooter ?

Exercice 39 : La production d'une usine

En 2024, une usine fabrique 4 500 pièces ; sa production augmente ensuite de 500 pièces par an. On note $p_1 = 4 500$ la production de 2024, p_2 celle de 2025, etc.

- 1) Exprimer p_n en fonction de n .
2) Calculer la production en 2027, puis en 2040.
3) En quelle année la production aura-t-elle triplé ?

X — Suites géométriques

Exercice 40 : Coefficient multiplicateur

Donner le coefficient multiplicateur q de chaque évolution.

- a) Augmenter de 4 % e) Augmenter de 65 %
b) Diminuer de 4 % f) Diminuer de 12 %
c) Augmenter de 30 % g) Augmenter de 200 %
d) Diminuer de 30 % h) Diminuer de 45 %

Exercice 41 : Dans l'autre sens

Pour chaque coefficient multiplicateur, dire s'il traduit une augmentation ou une diminution, et de quel pourcentage.

- a) 0,96 c) 0,25 e) 3 g) 1,035
b) 1,07 d) 1,6 f) 0,98 h) 0,82

Exercice 42 : Premiers termes

(u_n) est géométrique. Calculer u_1, u_2 et u_3 .

- a) $u_0 = 5$ et $q = 3$ c) $u_0 = 2 000$ et $q = 1,05$
b) $u_0 = 96$ et $q = 0,5$ d) $u_0 = 81$ et $q = \frac{1}{3}$

Exercice 43 : Deux situations

Pour chaque situation, donner le premier terme et la relation entre u_{n+1} et u_n , puis calculer u_1 et u_2 .

- a) Une technicienne place une prime de 3 000 € à 2 % par an ; u_n est le capital après n années.
b) Une ville de 40 000 habitants perd 3 % de sa population chaque année ; u_n est la population après n années.

XI — Reconnaître une suite géométrique

Exercice 44 : À partir des termes

Ces nombres peuvent-ils être les premiers termes d'une suite géométrique ? Si oui, donner la raison.

- a) 5 ; 10 ; 20 ; 40 d) 4 ; 8 ; 12 ; 16
b) 3 ; 12 ; 48 ; 180 e) 200 ; 220 ; 242 ; 266,2
c) 128 ; 32 ; 8 ; 2 f) 50 ; 10 ; 2 ; 0,4

Exercice 45 : Démontrer

Soit $u_n = 2 \times 3^n$.

- 1) Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3 .
2) Exprimer u_{n+1} en fonction de n .
3) Démontrer que (u_n) est géométrique ; préciser son premier terme et sa raison.

Exercice 46 : Pour chaque suite

Pour chaque suite, dire si elle est géométrique. Si oui, donner sa raison et son premier terme ; sinon, le prouver avec les premiers termes.

- a) $a_n = 5^n$ c) $c_n = 8 \times 0,5^n$
b) $b_n = n^2 + 3$ d) $d_n = 3n + 1$
e) $e_0 = 1$ et $e_{n+1} = e_n^2 + 2$

Exercice 47 : La valeur d'une machine

La valeur d'une machine-outil (en euros) est relevée chaque année :

n (années)	0	1	2	3
v_n	12 000	10 800	9 720	8 748

- 1) Montrer que ces valeurs sont celles d'une suite géométrique, dont on donnera la raison.
2) De quel pourcentage la machine perd-elle de la valeur chaque année ?
3) Calculer v_4 .

XII — Terme général et variations d'une suite géométrique

Exercice 48 : Calculer un terme éloigné

(u_n) est géométrique. Exprimer u_n en fonction de n , calculer le terme demandé, puis donner le sens de variation.

- a) $u_0 = 3, q = 2 : u_{10}$ c) $u_0 = 2 000, q = 0,8 : u_5$
b) $u_0 = 6, q = \frac{1}{2} : u_5$ d) $u_0 = 8, q = 1 : u_{30}$

Exercice 49 : Quand on ne part pas de u_0

(u_n) est géométrique.

- a) $u_1 = 4$ et $q = 3$. Exprimer u_n , puis calculer u_6 .
b) $u_2 = 5$ et $q = 2$. Calculer u_3, u_4 et u_5 .

Exercice 50 : Un placement

On place 5 000 € à 5 % par an : chaque fin d'année, les intérêts s'ajoutent au capital. On note C_n le capital après n années.

- 1) Calculer C_1 et C_2 .
2) Quelle est la nature de la suite (C_n) ? Exprimer C_n en fonction de n .
3) Calculer le capital après 10 ans, arrondi au centime.
4) Au bout de combien d'années le capital aura-t-il doublé ?

Exercice 51 : La ville (suite)

On reprend la ville de l'exercice 43 b) : $u_0 = 40 000$ et $q = 0,97$.

- 1) Exprimer u_n en fonction de n , puis donner le sens de variation.
2) Quelle sera la population après 10 ans ?
3) Au bout de combien d'années la ville comptera-t-elle moins de 35 000 habitants ?

Exercice 52 : La batterie d'un drone

Au premier vol, la batterie d'un drone tient 30 minutes. À chaque nouveau vol, elle s'use : elle ne tient plus que 98 % de la durée du vol précédent. On note $d_1 = 30$ la durée du premier vol, d_2 celle du deuxième, etc.

- 1) Quelle est la nature de la suite (d_n) ? Exprimer d_n en fonction de n .
2) Calculer d_5 , arrondi au centième.
3) À partir de quel vol la batterie tient-elle moins de 24