

CORRIGÉ — FRACTIONS ET PUISSANCES

Chapitre 1 : fiche d'exercices — Seconde

Les résultats sont encadrés ; les remarques en bleu signalent les erreurs fréquentes et les méthodes à retenir. Ce qui n'est pas exigé est en gris.

I) Nombres relatifs et priorités

Exercice 1 — Calculs sur les relatifs

$$A = \boxed{-16}$$

$$B = 14 + 11 = \boxed{25}$$

$$C = \boxed{-42}$$

$$D = \boxed{40}$$

$$E = \frac{27}{-9} = \boxed{-3}$$

$$F = -13 - 4 = \boxed{-17}$$

Soustraire -11 , c'est ajouter 11 ; deux facteurs négatifs donnent un produit positif.

Exercice 2 — Priorités de calcul

$$A = 64 - (-18)$$

$$A = \boxed{82}$$

$$B = -7 - 16$$

$$B = \boxed{-23}$$

$$C = 6 + (-4) \times 4$$

$$C = 6 - 16 = \boxed{-10}$$

$$D = -36 \div (-4) \times 4$$

$$D = 9 \times 4 = \boxed{36}$$

Dans B, la puissance passe avant la soustraction. Dans D, division et produit se font de gauche à droite.

Exercice 3 — Parenthèses

$$A = 20 - 4 \times (-5)$$

$$A = 20 + 20 = \boxed{40}$$

$$B = -15 + 8 = \boxed{-7}$$

$$C = -48 \div (-6) = \boxed{8}$$

$$D = 3 - 2 \times (5 + 5)$$

$$D = 3 - 20 = \boxed{-17}$$

Dans D, on commence par la parenthèse la plus intérieure : $1 + 5 = 6$, puis $2 \times 6 = 12$, puis $3 - 12 = -9$.

II) Additionner et soustraire des fractions

Exercice 4 — Même dénominateur

$$A = \frac{7}{5}$$

$$B = \frac{-2+7}{9} = \frac{5}{9}$$

$$C = \frac{5-9}{7} = \frac{-4}{7}$$

$$D = \frac{-3+8}{11} = \frac{5}{11}$$

$$E = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$F = \frac{-12}{4} = \boxed{-3}$$

Le dénominateur ne change pas : on n'additionne jamais les dénominateurs.

Exercice 5 — Dénominateurs différents

$$A = \frac{8}{20} + \frac{15}{20} = \frac{23}{20}$$

$$B = \frac{10}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12}$$

$$C = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

$$D = \frac{9}{24} - \frac{20}{24} = \frac{-11}{24}$$

$$E = -\frac{10}{15} - \frac{12}{15} = \frac{-22}{15}$$

$$F = -\frac{14}{12} + \frac{15}{12} = \frac{1}{12}$$

Pour B, C, D, F, le plus petit dénominateur commun n'est pas le produit des dénominateurs : 12 est un multiple de 6 et de 4.

Exercice 6 — Avec un nombre entier

$$A = \frac{12}{4} - \frac{5}{4} = \frac{7}{4}$$

$$B = -\frac{10}{5} - \frac{3}{5} = \frac{-13}{5}$$

$$C = -\frac{24}{6} + \frac{17}{6} = \frac{-7}{6}$$

$$D = \frac{9}{2} - \frac{8}{2} = \frac{1}{2}$$

Exercice 7 — Avec une lettre

$$A = \frac{12x}{4} - \frac{x}{4} = \frac{11x}{4}$$

$$B = \frac{2x}{5} - \frac{15}{5} = \frac{2x-15}{5}$$

$$C = \frac{6}{3} - \frac{x-1}{3}$$

$$C = \frac{6-(x-1)}{3} = \frac{7-x}{3}$$

$$D = \frac{2x+1-3x}{3} = \frac{1-x}{3}$$

Dans C, le moins porte sur tout le numérateur : $-(x-1) = -x+1$.

III) Multiplier et diviser des fractions

Exercice 8 — Simplifier avant de calculer

$$A = -\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 3 \times 2 \times 5} = \boxed{-\frac{3}{5}}$$

$$B = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 7}{3 \times 7 \times 2 \times 5} = \boxed{4}$$

$$C = -\frac{2 \times 13 \times 3 \times 3}{3 \times 5 \times 3 \times 13} = \boxed{-\frac{2}{5}}$$

$$D = \frac{1 \times 2 \times 7 \times 3 \times 5}{2 \times 5 \times 3 \times 7} = \boxed{1}$$

On fixe d'abord le signe : deux signes moins dans B et D (positif), un seul dans A et C (négatif). Dans D, tout se barre : il reste 1, et non 0.

Exercice 9 — Simplifier avec des lettres

$$A = \frac{3 \times 5 \times 2 \times 4 \times 2 \times 7}{5 \times 7 \times 2 \times 3 \times 4} = \boxed{2}$$

$$B = \frac{3 \times 4 \times 5 \times x}{4 \times 5} = \boxed{3x}$$

$$C = \frac{2 \times 3 \times 5 \times a \times b}{2 \times 5 \times b \times 3 \times 3} = \boxed{\frac{a}{3}}$$

$$D = \frac{2 \times 2 \times a \times 3 \times 3}{2 \times 3 \times 2 \times a} = \boxed{3}$$

Exercice 10 — Produits

$$A = \boxed{-\frac{15}{28}}$$

$$B = \boxed{-\frac{8}{15}}$$

$$C = \boxed{-\frac{15}{8}}$$

$$D = \frac{7}{3} \times \frac{-2}{5} = \boxed{-\frac{14}{15}}$$

$$E = \boxed{\frac{16}{45}}$$

$$F = \boxed{-\frac{15}{56}}$$

F compte trois signes moins : le produit est négatif.

Exercice 11 — Quotients

$$A = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \boxed{\frac{14}{15}}$$

$$B = \frac{5}{4} \times \frac{3}{7} = \boxed{\frac{15}{28}}$$

$$C = \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

$$D = 6 \times \frac{5}{-2} = \boxed{-15}$$

$$E = \frac{4}{9} \times \frac{2}{-5} = \boxed{-\frac{8}{45}}$$

$$F = 3 \times \frac{7}{-4} = \boxed{-\frac{21}{4}}$$

Diviser par 6, c'est multiplier par $\frac{1}{6}$.

IV) Fractions et priorités de calcul

Exercice 12 — Respecter les priorités

$$A = \frac{5}{12} + \frac{9}{12} = \frac{14}{12}$$

$$A = \boxed{\frac{7}{6}}$$

$$B = \frac{7}{10} + \frac{4}{10} = \boxed{\frac{11}{10}}$$

$$C = -\frac{10}{12} + \frac{9}{12} - \frac{8}{12}$$

$$C = -\frac{9}{12} = \boxed{-\frac{3}{4}}$$

$$D = \frac{9}{14} + \frac{1}{2}$$

$$D = \frac{9}{14} + \frac{7}{14} = \boxed{\frac{8}{7}}$$

Dans D, le produit d'abord : $\frac{5}{7} \times \frac{7}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Exercice 13 — Parenthèses et lettres

$$A = \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

$$B = \frac{3}{6} \times \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

$$C = \frac{9x}{12} - \frac{2(x-2)}{12}$$

$$C = \frac{9x - 2x + 4}{12} = \boxed{\frac{7x + 4}{12}}$$

$$D = \frac{3 \times 8 \times x \times x}{4 \times 9} = \boxed{\frac{2x^2}{3}}$$

Dans C : $-2 \times (-2) = +4$.

Exercice 14 — Fractions de fractions

$$A = \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{18}{20}$$

$$A = \boxed{\frac{9}{10}}$$

$$B = \frac{6}{35} \times \frac{14}{9} = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 7}{5 \times 7 \times 3 \times 3}$$

$$B = \boxed{\frac{4}{15}}$$

$$C = \frac{7}{4} \times \frac{1}{-14} = \boxed{-\frac{1}{8}}$$

Pour D, numérateur et dénominateur à part :

$$2 - \frac{3}{5} = \frac{10}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$$

$$D = \frac{7}{5} \times \frac{20}{7} = \boxed{4}$$

V) Produit en croix

Exercice 15 — Justifier le produit en croix

1) Les deux fractions sont égales, et leurs dénominateurs 4 et 2 ne sont pas nuls : d'après le produit en croix, $2 \times (3x - 1) = 4 \times (x + 3)$.

2)

$$6x - 2 = 4x + 12$$

$$6x - 4x = 12 + 2$$

$$2x = 14$$

$$x = \boxed{7}$$

Vérification : $\frac{20}{4} = 5$ et $\frac{10}{2} = 5$.

Exercice 16 — Premières équations

a)

$$3x = 20$$

$$x = \boxed{\frac{20}{3}}$$

b)

$$5(4 - x) = 3(x + 2)$$

$$20 - 5x = 3x + 6$$

$$14 = 8x$$

$$x = \frac{14}{8} = \boxed{\frac{7}{4}}$$

c)

$$6(2 + x) = -3 \times 5$$

$$12 + 6x = -15$$

$$6x = -27$$

$$x = -\frac{27}{6} = \boxed{-\frac{9}{2}}$$

d)

$$-2(2x - 1) = 3(x + 4)$$

$$-4x + 2 = 3x + 12$$

$$-10 = 7x$$

$$x = \boxed{-\frac{10}{7}}$$

Un dénominateur négatif garde son signe dans le produit en croix.

Exercice 17 — S'entraîner

a) $8x = 15$, donc $x = \boxed{\frac{15}{8}}$.

b) $9x = 24$, donc $x = \frac{24}{9} = \boxed{\frac{8}{3}}$.

c)

$$4(x + 2) = 5(2x - 3)$$

$$4x + 8 = 10x - 15$$

$$23 = 6x$$

$$x = \boxed{\frac{23}{6}}$$

d)

$$4(2x + 1) = 3(3x - 2)$$

$$8x + 4 = 9x - 6$$

$$x = \boxed{10}$$

Vérification de d) : $\frac{21}{3} = 7$ et $\frac{28}{4} = 7$.

Exercice 18 — Plusieurs fractions (1)

a) ($\times 5$)

$$5x + x = 90$$

$$x = \boxed{15}$$

b) ($\times 12$)

$$4x - 3x = 60$$

$$x = \boxed{60}$$

c) ($\times 15$)

$$5t - 3(t + 1) = 15$$

$$2t - 3 = 15$$

$$t = \boxed{9}$$

d) ($\times 6$)

$$3(3t - 1) + 2(t - 2) = 12t$$

$$11t - 7 = 12t$$

$$t = \boxed{-7}$$

Chaque terme est multiplié, y compris celui sans fraction (x dans a), 1 dans c), $2t$ dans d)).

Exercice 19 — Plusieurs fractions (2)

a) ($\times 12$)

$$6y + 9y = 4y - 264$$

$$11y = -264$$

$$y = \boxed{-24}$$

b) ($\times 12$)

$$4(y + 7) = 6(y - 1) - 3y$$

$$4y + 28 = 3y - 6$$

$$y = \boxed{-34}$$

c) ($\times 36$)

$$12(z - 4) - 3(z - 6) = 4(2z - 15)$$

$$9z - 30 = 8z - 60$$

$$z = \boxed{-30}$$

d) ($\times 10$)

$$2(3z + 2) - 5(2z - 1) = 3 - 6z$$

$$-4z + 9 = 3 - 6z$$

$$2z = -6$$

$$z = \boxed{-3}$$

Attention aux signes devant les parenthèses : $-3 \times (-6) = +18$, $-5 \times (-1) = +5$.

VI) Fractions et problèmes

Exercice 20 — Fraction d'une quantité

a) $\frac{3}{4} \times 120 = \boxed{90 \text{ €}}$

b) $\frac{2}{5} \times 35 = \boxed{14 \text{ kg}}$

c) $\frac{5}{6} \times 90 = 75 \text{ min}$ d) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times 48 = 24$

En d), on peut calculer $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ d'abord.

Exercice 21 — Le festival

prévente = $\frac{5}{6} \times 1\,200 = 1\,000$

restantes = $1\,200 - 1\,000 = 200$

sur place = $\frac{3}{4} \times 200 = 150$

invendues = $200 - 150 = 50$

Les $\frac{3}{4}$ portent sur les places restantes, pas sur les 1 200.

Exercice 22 — L'anniversaire de Lina

a)

reste = $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

vêtements = $\frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$

reste final = $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

b) Jeux vidéo : $\frac{1}{3} \times 120 = 40 \text{ €}$; vêtements : $\frac{1}{4} \times 120 = 30 \text{ €}$; il reste $\frac{5}{12} \times 120 = 50 \text{ €}$.

Vérification : $40 + 30 + 50 = 120$.

Exercice 23 — Le budget d'une association

a)

reste = $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

sorties = $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$

frais = $\frac{3}{5} - \frac{9}{20} = \frac{12}{20} - \frac{9}{20}$

frais = $\frac{3}{20}$

b) Les $\frac{3}{20}$ du budget font 270 €, donc $\frac{1}{20}$ fait 90 € et le budget est de $20 \times 90 = 1\,800 \text{ €}$.

Vérification : matériel 720 €, sorties 810 €, frais 270 €; total 1 800 €.

VII) Puissances

Exercice 24 — Calculer des puissances

A = 81

B = 16

C = $\frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

D = $\frac{1}{(-3)^3} = -\frac{1}{27}$

E = 0,001

F = 1

G = $\frac{1}{7}$

H = -9

4^{-2} n'est pas négatif : c'est l'inverse de 4^2 .

Exercice 25 — Écriture décimale

A = 0,001

B = 0,000 000 1

C = 100 000

D = 1

Exercice 26 — Puissances et priorités

A = $2 + 25 = 27$

B = $7^2 = 49$

C = $2 - 25 = -23$

D = $27 + 16 = 43$

E = $16 \times 9 = 144$

F = $-27 + 32 = 5$

A et B : la parenthèse change tout.

Exercice 27 — Puissances et priorités (suite)

A = $(27 - 16) \times 100 = 1\,100$

B = $9 + 16 \times 0,1 = 10,6$

C = $16 - 100 \div 25 = 12$

D = $100 \times (-1) - (-32)$

D = $-100 + 32 = -68$

Exercice 28 — Des calculs plus longs

A = $20 - 9 \times (-2)^2$

A = $20 - 36 = -16$

B = $\frac{125 - 80}{81 - 54} = \frac{45}{27}$

B = $\frac{5}{3}$

C = $\frac{42 - 32}{40 - 36} = \frac{10}{4}$

C = $\frac{5}{2}$

Exercice 29 — Des résultats en fraction

A = $\frac{1}{9} + \frac{2}{10} = \frac{5}{45} + \frac{9}{45}$

A = $\frac{14}{45}$

B = $\frac{9+8}{10} = 17 \times 10 = 170$

C = $\frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{5}{20} - \frac{2}{20}$

C = $\frac{3}{20}$

D = $16 \times \frac{1}{16} = 1$

VIII) Règles de calcul sur les puissances

Exercice 30 — Produits

A = $3^{4+7} = 3^{11}$

B = $(-5)^8$

C = $7^{2-6} = 7^{-4}$

D = $x^{3+1+5} = x^9$

$x = x^1$: on n'oublie pas cet exposant.

Exercice 31 — Quotients

$$A = \boxed{6^5}$$

$$B = \boxed{(-3)^3}$$

$$C = \boxed{y^3}$$

$$D = 2^{-4-3} = \boxed{2^{-7}}$$

$$E = 4^{-1-6} = \boxed{4^{-7}}$$

$$F = x^{-5-(-9)} = \boxed{x^4}$$

Exercice 32 — Produits et quotients

$$A = \frac{3^{14}}{3^{11}} = \boxed{3^3}$$

$$B = \frac{x^5}{x^{11}} = \boxed{x^{-6}}$$

$$C = \frac{2^{11}}{2^1} = \boxed{2^{10}}$$

$$D = \frac{y^{10}}{y^7} = \boxed{y^3}$$

Exercice 33 — Toutes les règles

$$A = \frac{5^{-4} \times 3^1}{5^{-3} \times 3^{-3}}$$

$$A = 5^{-4-(-3)} \times 3^{1-(-3)}$$

$$A = 5^{-1} \times 3^4 = \boxed{\frac{81}{5}}$$

$$B = \frac{3^0 \times 10^7}{3^{-3} \times 10^{-8}}$$

$$B = 3^3 \times 10^{15} = \boxed{2,7 \times 10^{16}}$$

$$3^4 \times 3^{-4} = 3^0 = 1; (10^2)^{-4} = 10^{-8}.$$

Exercice 34 — Calculer et simplifier

$$A = \frac{2^{12} \times 10^{-7}}{2^{10} \times 10^{-5}}$$

$$A = 2^2 \times 10^{-2} = \boxed{4 \times 10^{-2}}$$

$$B = \frac{b^2 \times b^{-9}}{b^8} = \frac{b^{-7}}{b^8}$$

$$B = \boxed{b^{-15}}$$

Exercice 37 — Un calcul jusqu'au bout

$$E = \frac{35 \times 6}{14} \times \frac{10^{-2} \times 10^9}{10^5}$$

$$E = 15 \times 10^2$$

$$E = \boxed{1,5 \times 10^3}$$

15×10^2 n'est pas en notation scientifique : un seul chiffre avant la virgule.

Exercice 38 — Deux expressions

1)

$$A = \frac{3}{12} \times 10^{1500-1502}$$

$$A = 0,25 \times 10^{-2} = \boxed{2,5 \times 10^{-3}}$$

2)

$$B = \frac{640 - 34}{101} = \frac{606}{101}$$

$$B = \boxed{6}$$

B est bien un nombre entier.

Exercice 39 — La lumière de la Lune

1) $384\,000\text{ km} = 384\,000\,000\text{ m} = \boxed{3,84 \times 10^8\text{ m}}.$

2)

$$t = \frac{3,84 \times 10^8}{3 \times 10^8}$$

$$t = \boxed{1,28\text{ s}}$$

Le temps est la distance divisée par la distance parcourue en une seconde.

IX) Notation scientifique

Exercice 35 — Entiers et décimaux

$$A = \boxed{2,74 \times 10^5}$$

$$B = \boxed{6,1 \times 10^{-4}}$$

$$C = \boxed{3,82 \times 10^7}$$

$$D = \boxed{2,9 \times 10^{-7}}$$

$$E = \boxed{5,63 \times 10^4}$$

$$F = \boxed{7,308 \times 10^{-5}}$$

Exercice 36 — Produits par une puissance de 10

$$A = 5,32 \times 10^2 \times 10^3 = \boxed{5,32 \times 10^5}$$

$$B = 6,4 \times 10^1 \times 10^{-5} = \boxed{6,4 \times 10^{-4}}$$

$$C = 4,817 \times 10^2 \times 10^8 = \boxed{4,817 \times 10^{10}}$$

$$D = 3,6 \times 10^{-2} \times 10^{-4} = \boxed{3,6 \times 10^{-6}}$$