

Seconde — Intervalles et fonctions

Fiche d'exercices du chapitre

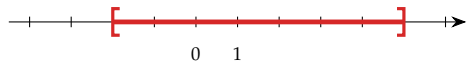
I — Droite numérique, intervalles fermés

Exercice 1 : Représenter des intervalles fermés

1) Représenter sur une droite graduée :

$$I = [1; 4]; J = [-6; -3]; K = [-2; 3]; L = \left[-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right].$$

2) Écrire l'intervalle représenté ci-dessous.



3) Pour chaque nombre, dire s'il appartient à l'intervalle écrit à côté :

- a) 4 et $[0; 4]$; b) 9 et $[3; 8,9]$; c) -3 et $[-4; -2]$; d) -50 et $[-49; -5]$.

Exercice 2 : Appartenance

Compléter par $\in$ ou $\notin$:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a) $2 \dots [-3; 7]$ | d) $\pi \dots [3,1; 3,2]$ |
| b) $-4 \dots [-3; 5]$ | e) $-3 \dots [-6; -3]$ |
| c) $10^{-2} \dots [0; 1]$ | f) $1,5 \dots [1,6; 2]$ |

Exercice 3 : Nombres dans un intervalle

- Donner tous les entiers positifs ou nuls de l'intervalle $[-2; \frac{7}{2}]$.
- Donner deux nombres décimaux de $[3,7; 3,8]$, autres que les bornes.
- Donner un intervalle fermé qui contient π et dont les bornes sont deux entiers qui se suivent.

II — Intervalles ouverts, inégalités

Exercice 4 : D'un intervalle à une inégalité

Écrire avec une inégalité le fait que x appartient à chaque intervalle. Dire si l'intervalle est ouvert, fermé ou semi-ouvert.

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| a) $[2; 7]$ | d) $] -\infty; 5[$ |
| b) $] -1,5; +\infty[$ | e) $[-3; 8[$ |
| c) $] -4; 0]$ | f) $] 0; 1[$ |

Exercice 5 : D'une phrase à un intervalle

Chaque phrase décrit des nombres x . Écrire l'inégalité qui les décrit, puis l'intervalle, et le représenter sur une droite graduée.

- Les nombres supérieurs ou égaux à -1 .
- Les nombres strictement compris entre -3 et 2 .
- Les nombres strictement inférieurs à 4 .
- Les nombres positifs ou nuls et strictement inférieurs à 6 .

Exercice 6 : D'une inégalité à un intervalle

Écrire avec un intervalle, puis représenter sur une droite graduée :

- | | | |
|-----------------------|----------------|---------------------|
| a) $-4 \leq x \leq 2$ | c) $x > 5$ | e) $x \geq 1,5$ |
| b) $x < 3$ | d) $2 < x < 3$ | f) $x \leq 10^{-2}$ |

Exercice 7 : Tableau à compléter

1) Écrire avec un intervalle :

- a) $\frac{1}{4} \leq x < \frac{2}{3}$ b) $x > \pi$ c) $x < -1$

2) Compléter le tableau (représentation sur une droite graduée à main levée).

Inégalité(s)	Intervalle	Représentation
$-1 \leq x \leq 4$		
	$]1; 5]$	
$-3 \leq x < 2$		
$0 < x < 3$		
$x > 2$		
$x \leq 1$		
	$[-2; 6[$	

Exercice 8 : Bornes incluses ou exclues ?

Compléter par $\in$ ou $\notin$, en s'aidant des crochets.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $6 \dots]-2; 6]$ | e) $-4 \dots]-\infty; -4[$ |
| b) $-2 \dots]-2; 4[$ | f) $-1,5 \dots [-1,5; 1,5[$ |
| c) $10^{-2} \dots]0; +\infty[$ | g) $0 \dots]-\infty; +\infty[$ |
| d) $\pi \dots [3,1; 3,2[$ | h) $-1 \dots]-1; 3]$ |

III — Intersection, réunion, complémentaire

Exercice 9 : Premières intersections et réunions

Pour chaque couple d'intervalles I et J , déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$ (on peut représenter I et J sur une même droite graduée).

- a) $I = [-1,5; 3[$ et $J =]0; 6]$
 b) $I =]-\infty; 3[$ et $J = [1; +\infty[$

Exercice 10 : Attention aux bornes

Même consigne.

- a) $I = [-2; +\infty[$ et $J =]-3; 1]$
 b) $I = [3; 6,5[$ et $J =]1; 3[$
 c) $I =]-\infty; 2]$ et $J =]-\infty; 4[$
 d) $I =]-\infty; 5]$ et $J = [5; +\infty[$
 e) $I = [-1; +\infty[$ et $J =]-\infty; -1[$

Exercice 11 : Plusieurs intervalles

1) Écrire avec un intervalle l'ensemble des nombres x tels que :

$$I : -2 \leq x \leq 6 \quad L : x \leq 6$$

$$J : -4 \leq x < -1 \quad M : 2 < x$$

2) On pose aussi $K =]1; 10]$. Déterminer :

$$I \cap J; \quad I \cup J; \quad J \cap K; \quad K \cup L; \quad I \cap L; \quad K \cup M.$$

Exercice 12 : Complémentaire

Pour chaque ensemble, déterminer son complémentaire dans $\mathbb{R}$.

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| a) $A =]3; +\infty[$ | d) $D =]-\infty; 6[$ |
| b) $B =]-\infty; 4]$ | e) $E = [1; 2]$ |
| c) $C = [-2; +\infty[$ | f) $F =]-5; 8[$ |

Exercice 13 : Inégalités et intervalles : « et », « ou »

Compléter le tableau : sur chaque ligne, un même ensemble de nombres x est décrit par des inégalités, puis par des intervalles. Deux conditions reliées par « et » donnent une intersection ($\cap$), reliées par « ou » une réunion ($\cup$). Écrire ensuite le résultat le plus simplement possible quand on le peut.

	Inégalités	Intervalles
a)	$-3 < x \leq -1$ ou $2 \leq x < 5$	
b)		$[-2; 0] \cup [3; +\infty[$
c)	$x < -1$ ou $x > 4$	
d)		$] -\infty; -3] \cup]2; +\infty[$
e)	$x > -2$ et $x \leq 3$	
f)		$[1; +\infty[\cap]-\infty; 5[$
g)	$x \geq -4$ et $x \geq 1$	
h)	$x < 0$ ou $x \leq 2$	
i)	$x < -1$ et $x > 3$	

IV — Image et antécédent

Exercice 14 : Calculer des images

On considère la fonction $f : x \mapsto 2x - 3x^2$.

- Calculer l'image par f de :
a) 1 b) -2 c) $\frac{1}{2}$
- Le nombre 2 est-il un antécédent de -8 par f ? Justifier.

Exercice 15 : Image et antécédent

On considère la fonction g définie par $g(x) = 4x - 5$.

- Calculer l'image par g de :
a) -3 b) 5 c) $\frac{3}{4}$
- Le nombre $\frac{1}{2}$ est-il un antécédent de 3 par g ? Justifier.
- Déterminer l'antécédent de 3 par g .

Exercice 16 : Calculer des antécédents

Pour chaque fonction f , calculer le ou les antécédents du nombre y .

- $f(x) = x - 4$, $y = -2$ c) $f(x) = \frac{1}{x}$, $y = 4$
- $f(x) = x^2$, $y = 36$ d) $f(x) = x(x - 3)$, $y = 0$

Exercice 17 : Deux fonctions égales

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x + 4)(3 - x) + x^2 - 10 \quad \text{et} \quad g(x) = 2 - x.$$

- Calculer l'image de 2 par f , puis par g .
- Choisir un nombre et calculer son image par f , puis par g .
- Démontrer que tout nombre a la même image par f et par g .

V — Ensemble de définition

Exercice 18 : Un nombre sans image

Pour chaque fonction ci-dessous, un des nombres -5; 2; 0; 9 n'a pas d'image. Lequel?

$$f_1(x) = \frac{1}{x} \quad f_2(x) = \frac{x+5}{x-2} \quad f_3(x) = \sqrt{x}$$

Exercice 19 : Valeurs interdites

Pour chaque fonction f , déterminer la valeur interdite.

- $f(x) = \frac{1}{x-6}$ d) $f(x) = \frac{x+2}{2x-8}$
- $f(x) = \frac{2}{x+5}$ e) $f(x) = \frac{3}{2x+6}$
- $f(x) = \frac{5}{3x}$ f) $f(x) = \frac{x-1}{4x-12}$

Exercice 20 : Racines carrées

Pour chaque fonction f , déterminer l'ensemble de définition, écrit avec un intervalle.

- $f(x) = \sqrt{x}$
- $f(x) = \sqrt{x-2}$
- $f(x) = \sqrt{x+4}$
- $f(x) = \sqrt{x-5}$
- $f(x) = \sqrt{3x-9}$
- $f(x) = \sqrt{2x+8}$

Exercice 21 : Pour s'entraîner

Pour chaque fonction f , donner l'ensemble de définition, écrit avec des intervalles.

- $f(x) = 3x^2 - 2$
- $f(x) = 5 - 2x$
- $f(x) = \frac{3}{x-1} + x$
- $f(x) = \frac{2x+3}{5x+15}$
- $f(x) = \sqrt{4x-8} + 1$

VI — Tableau de valeurs

Exercice 22 : Lire un tableau

Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	2	0	-3	-1	4

- Quelle est l'image par f de :
a) -1 b) 1 c) -2
- Le nombre 2 est-il un antécédent de -1 par f ? Quel antécédent de -1 lit-on dans le tableau?

Exercice 23 : Lire un tableau (suite)

Voici un tableau de valeurs d'une fonction g :

x	-3	-1	2	4	6
$g(x)$	4	-2	0	5	4

- Quelle est l'image par g de :
a) 4 b) 2 c) -1
- Donner les antécédents lus dans le tableau de :
a) 5 b) -2 c) 4

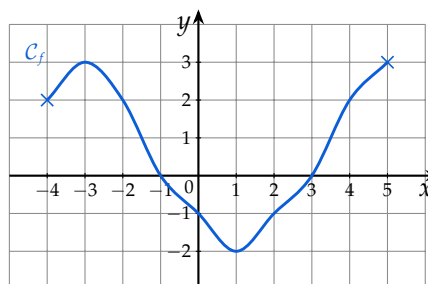
Exercice 24 : Construire un tableau

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,5(x-1)^2 - 2$.

- Dresser le tableau de valeurs de f de -2 à 4 avec un pas de 1.
- Donner, d'après le tableau, deux antécédents de 0 et deux antécédents de 2,5.
- Tracer la courbe de f dans un repère.

VII — Courbe représentative

Exercice 25 : Lecture graphique



La courbe ci-dessus représente une fonction f . Lire :

- l'ensemble de définition de f ;
- l'image de 3 et l'image de -1;
- $f(-2)$ et $f(-4)$;
- les antécédents de 2, de 0, de -2 et de -3;
- les nombres x tels que $f(x) = 3$.

Exercice 26 : Points et courbes

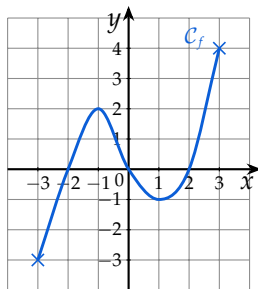
- $\mathcal{C}_f$ est la courbe d'une fonction f . Traduire chaque égalité par une phrase « le point ... appartient à $\mathcal{C}_f$ » :

- a) $f(0) = -3$ b) $f(-4) = 0$ c) $f(2) = f(6) = 1$
- 2) Traduire par des égalités : a) C_f passe par le point $(3; -2)$; b) C_f coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 4; c) C_f coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses -1 et 5 .
- 3) Pour chaque fonction f , dire si les points A , B et C sont sur sa courbe, puis donner les coordonnées de deux autres points de cette courbe.
- a) $f(x) = x^2 - 3$: $A(-2; 1)$, $B(3; 5)$, $C(1,5; -0,75)$.
- b) $f(x) = 3x + 1$: $A(-2; -5)$, $B(2; 6)$, $C(\frac{1}{3}; 2)$.

Exercice 27 : Trois antécédents

À l'aide de la courbe de la fonction f ci-contre, déterminer :

- l'ensemble des nombres qui ont une image;
- l'image de 2;
- les antécédents de -3 ;
- un nombre qui a trois antécédents;
- un nombre qui n'a aucun antécédent.



Exercice 28 : Quelle courbe passe par ce point?

On considère les fonctions définies sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 10 - x \quad ; \quad g(x) = \frac{24}{x} \quad ;$$

$$h(x) = -2x + 14 \quad ; \quad k(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 4.$$

- Parmi ces fonctions, lesquelles ont une courbe qui passe par le point $A(4; 6)$?
- Même question avec $B(6; 4)$, puis avec $C(8; 4)$.

VIII — Calculatrice

Exercice 29 : Antécédents à la calculatrice

- Afficher le tableau de valeurs de la fonction f définie sur $[-2; 6]$ par $f(x) = 0,5x^2 - 2x + 1$, de -2 à 6 avec un pas de 1, puis tracer sa courbe à l'écran avec des axes adaptés.
- Avec Calculer, Antécédent, donner les antécédents de 2 par f arrondis à 0,1.
- Le nombre 0 a-t-il un antécédent? plusieurs?

Exercice 30 : Tableau avec un pas de 0,5

Soit g la fonction définie sur $[-1; 2]$ par $g(x) = -2x^2 + x + 3$.

- Afficher le tableau de valeurs de g de -1 à 2 avec un pas de 0,5, et le recopier.
- Tracer la courbe de g à l'écran, puis sur la copie.
- Donner $g(0,25)$ et les antécédents de 2 et de 0.

Exercice 31 : Une fonction quotient

On considère la fonction f définie sur $[0; 5]$ par

$$f(x) = \frac{2x - 1}{(x + 1)^2}.$$

- Dresser le tableau de valeurs de f de 0 à 5 avec un pas de 0,5 (valeurs arrondies à 0,01).
- Tracer la courbe de f à la calculatrice.
- Quels sont les antécédents de 0,25?

- Résoudre graphiquement $f(x) = 0$, puis $f(x) \geq 0,25$.
- Tracer aussi la droite d'équation $y = x - 1$, puis résoudre graphiquement $\frac{2x - 1}{(x + 1)^2} = x - 1$ (valeurs arrondies à 0,01).

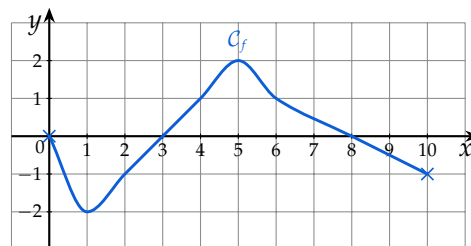
Exercice 32 : Intersections de courbes

- Tracer à l'écran les courbes des fonctions f et g définies sur $[-2; 3]$ par $f(x) = x^3 - 2x^2$ et $g(x) = x - 2$, puis résoudre graphiquement $x^3 - 2x^2 \leq x - 2$.
- Trouver les coordonnées du ou des points communs aux courbes d'équations $y = 3x^2 + x + 5$ et $y = 3x^2 - 2x + 8$. Confirmer par le calcul.
- Même question avec $y = \frac{1}{x}$ et $y = \frac{1 + 2x}{x}$.

IX — Résolution graphique

Exercice 33 : Équations

Ci-dessous, la courbe d'une fonction f définie sur $[0; 10]$.



- Résoudre graphiquement :
 - $f(x) = 2$
 - $f(x) = 1$
 - $f(x) = 0$
 - $f(x) = -2$
 - $f(x) = 3$
- Combien de solutions l'équation $f(x) = -1$ a-t-elle?

Exercice 34 : Inéquations

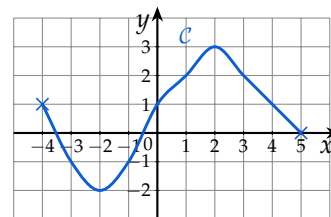
La courbe de f est celle de l'exercice précédent. Résoudre graphiquement :

- | | |
|----------------|------------------|
| a) $f(x) > -2$ | c) $f(x) \leq 2$ |
| b) $f(x) < 1$ | d) $f(x) \geq 1$ |

Exercice 35 : Équation et inéquations

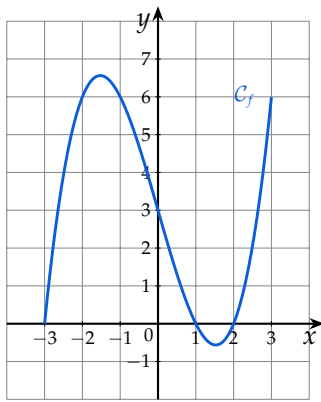
C est la courbe d'une fonction f définie sur $[-4; 5]$.

- Résoudre graphiquement $f(x) = 1$.
- Résoudre graphiquement $f(x) \leq 1$.
- Résoudre graphiquement $f(x) < -1$.



Exercice 36 : Avec la formule

Soit f la fonction définie sur $[-3; 3]$ par $f(x) = \frac{x^3 - 7x + 6}{2}$, représentée ci-dessous.

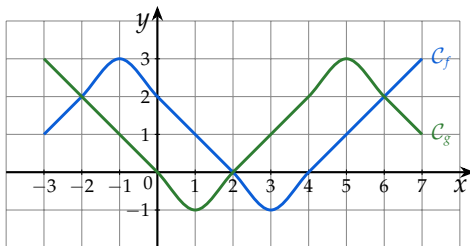


- 1) Dresser à la calculatrice le tableau de valeurs de f de -3 à 3 avec un pas de 1 .
- 2) Lire l'image de 0 , puis résoudre graphiquement $f(x) = 6$.
- 3) Vérifier que $x^3 - 7x - 6 = (x + 1)(x + 2)(x - 3)$ et en déduire les solutions exactes de $f(x) = 6$.
- 4) Résoudre graphiquement $f(x) \geq 6$, puis $f(x) < 0$.
- 5) Combien de solutions ont les équations $f(x) = 0$;
 $f(x) = 4$; $f(x) = -1$?

X — Comparer deux fonctions

Exercice 37 : Deux courbes

Les courbes ci-dessous représentent deux fonctions f et g définies sur $[-3; 7]$.

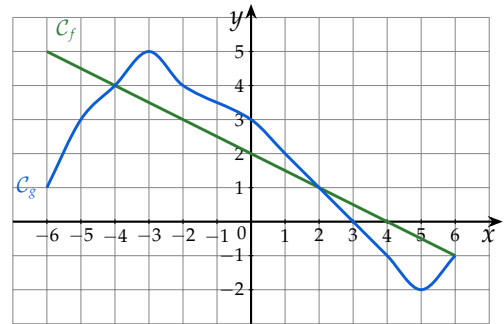


Résoudre graphiquement :

- a) l'équation $f(x) = g(x)$;
- b) l'inéquation $f(x) > g(x)$;
- c) l'inéquation $f(x) \leq g(x)$.

Exercice 38 : Une droite et une courbe

C_f (droite) et C_g représentent deux fonctions f et g définies sur $[-6; 6]$.



Résoudre graphiquement :

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $f(x) \leq 2$ | d) $f(x) = g(x)$ |
| b) $g(x) < 0$ | e) $f(x) < g(x)$ |
| c) $g(x) \geq 4$ | |

Exercice 39 : Graphique et calcul

On considère les fonctions f et g définies sur $[-2; 3]$ par $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = x$.

- 1) Dresser les tableaux de valeurs de f et de g de -2 à 3 avec un pas de 1 .
- 2) Tracer les deux courbes dans un même repère.
- 3) Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$, puis $f(x) < g(x)$.
- 4) Vérifier que $x^2 - 2 - x = (x + 1)(x - 2)$, et retrouver ainsi les solutions de $f(x) = g(x)$.
- 5) Le point $P(1,5; 0,25)$ est-il sur la courbe de f ? sur celle de g ?