

Seconde — Vecteurs

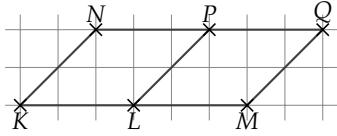
Fiche d'exercices du chapitre

Les figures se font au crayon et à la règle. On reproduit le quadrillage quand il y en a un, et on vérifie chaque vecteur en comptant les carreaux.

I — Caractéristiques d'un vecteur

Exercice 1 : Égaux ou non

La figure ci-dessous est tracée sur un quadrillage.



Tracer chaque vecteur sur la figure, puis compléter par = ou $\neq$:

- a) $\overrightarrow{KL} \dots \overrightarrow{NP}$ b) $\overrightarrow{KN} \dots \overrightarrow{LP}$
 c) $\overrightarrow{KP} \dots \overrightarrow{LQ}$ d) $\overrightarrow{NL} \dots \overrightarrow{KN}$
 e) $\overrightarrow{KM} \dots \overrightarrow{NQ}$ f) $\overrightarrow{PQ} \dots \overrightarrow{PN}$

Exercice 2 : Lire sur la figure

On utilise la figure de l'exercice 1.

- Citer un vecteur égal à $\overrightarrow{KN}$, puis un vecteur égal à $\overrightarrow{LM}$.
- Citer un vecteur opposé à $\overrightarrow{KN}$, puis un vecteur opposé à $\overrightarrow{KL}$.
- Citer deux vecteurs :
 - de même direction et de même sens, mais pas égaux ;
 - de même norme, mais pas égaux ;
 - de même direction et de sens contraires, mais pas opposés.

Exercice 3 : Construire un représentant

Tracer un vecteur $\vec{u}$ de norme 3 cm. Construire ensuite un représentant du vecteur $\vec{v}$ dans chaque cas :

- $\vec{v}$ a la même direction et le même sens que $\vec{u}$, et pour norme 6 cm ;
- $\vec{v}$ a la même direction et la même norme que $\vec{u}$, et le sens contraire ;
- $\vec{v}$ a la même direction que $\vec{u}$, le sens contraire, et pour norme 1,5 cm ;
- $\vec{v}$ a la même norme que $\vec{u}$ et une autre direction.

Exercice 4 : Vrai ou faux

$EFGH$ et $HGKL$ sont deux parallélogrammes. Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- L'image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{GF}$ est le point E .
- Les vecteurs $\overrightarrow{KG}$ et $\overrightarrow{HL}$ ont la même direction.
- $\overrightarrow{KG} = \overrightarrow{HL}$.
- $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{LK}$.

Exercice 5 : Dans un parallélogramme

$RSTU$ est un parallélogramme de centre O . Faire une figure.

- Donner un vecteur égal à :
 a) $\overrightarrow{RS}$ b) $\overrightarrow{TU}$ c) $\overrightarrow{RU}$
- Compléter par le point qui convient :
 a) $\overrightarrow{RO} = \overrightarrow{O\dots}$ b) $\overrightarrow{UO} = \overrightarrow{O\dots}$ c) $\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{O\dots}$

II — Translation

Exercice 6 : Représentants d'origine donnée

Tracer un triangle DEF et un point P . Tracer le représentant d'origine P de chacun des vecteurs $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{FD}$.

Exercice 7 : Quatre points à placer

ABC est un triangle. Placer les points M , N , P et Q tels que

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{NB}, \quad \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{CB}.$$

Exercice 8 : Origine ou extrémité

On donne un vecteur non nul $\vec{u}$ et trois points E , F , G .

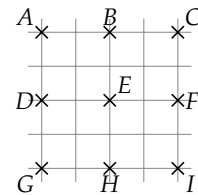
Tracer le représentant de $\vec{u}$ d'origine E , puis celui d'extrémité F , puis celui d'extrémité G .

Exercice 9 : Image d'un triangle

Tracer un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 3$ cm. Construire les images A' , B' , C' de ses sommets par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. Que dire des triangles ABC et $A'B'C'$?

Exercice 10 : Neuf points

Neuf points sont placés sur un quadrillage.



- Citer tous les vecteurs formés par deux de ces points et égaux à $\overrightarrow{AB}$.
- Citer tous ceux qui sont égaux à $\overrightarrow{AE}$.
- Citer deux vecteurs opposés à $\overrightarrow{AB}$.

III — Parallélogramme et égalité de vecteurs

Exercice 11 : Deux parallélogrammes

$EFGH$ et $EFIJ$ sont deux parallélogrammes. Faire une figure.

- Donner, en justifiant, deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{EF}$.
- Démontrer que $HGIJ$ est un parallélogramme.

Exercice 12 : Autour d'un triangle

Tracer un triangle DEF .

- Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{NF} = \overrightarrow{DE}$.
- Construire le point K , image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{FE}$.
- Quel point de la figure a pour image E par la translation de vecteur $\overrightarrow{FD}$?
- Écrire trois autres égalités de vecteurs lues sur la figure.

Exercice 13 : Un milieu à démontrer

$RSTU$ est un parallélogramme.

- Faire une figure.
- Construire le point V tel que $RSUV$ soit un parallélogramme.

3. Démontrer que U est le milieu de $[TV]$.

Exercice 14 : Vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

1. Si F est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$, alors $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{DE}$.
2. Si $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{NM}$, alors $KLMN$ est un parallélogramme.
3. Si $ABCD$ est un parallélogramme, la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$ transforme B en C .

IV — Somme de deux vecteurs

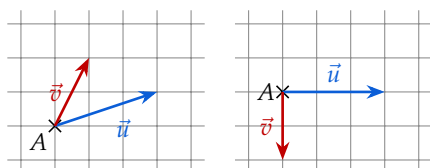
Exercice 15 : Trois points à construire

Tracer un triangle ABC , puis construire les points D , E et F tels que

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}, \quad \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}.$$

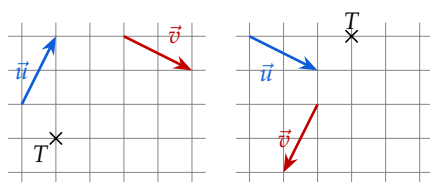
Exercice 16 : Somme et différence sur un quadrillage

Reproduire chaque figure, puis placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$ et le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \vec{u} - \vec{v}$.



Exercice 17 : Origine imposée

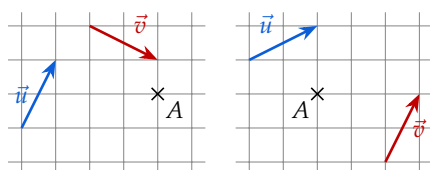
On pose $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$. Reproduire chaque figure et tracer le représentant de $\vec{w}$ d'origine T .



Exercice 18 : Quand c'est l'origine qui manque

Ici, le point à placer est l'origine du vecteur, et non son extrémité. Reproduire chaque figure, puis placer le point N tel que :

1. $\overrightarrow{NA} = \vec{u} + \vec{v}$ (figure de gauche);
2. $\overrightarrow{NA} = \vec{u} - \vec{v}$ (figure de droite).



Exercice 19 : Avec des longueurs

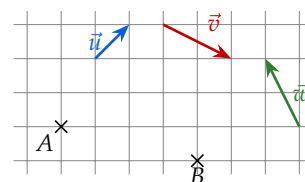
ABC est un triangle tel que $AB = 6$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 4$ cm. Faire une figure en vraie grandeur.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifier.

Exercice 20 : Trois vecteurs

Reproduire la figure, puis construire :

1. les représentants d'origine A de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $\vec{u} + \vec{w}$;
2. le représentant d'origine B de $\vec{v} + \vec{w}$.



V — Milieu d'un segment

Exercice 21 : Une différence, un parallélogramme

ABC est un triangle.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$. Quelle est la nature du quadrilatère $ADCB$? Que dire des segments $[AC]$ et $[DB]$?
2. Placer le point E tel que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$. Que constate-t-on?

Exercice 22 : Trois points à construire

ABC est un triangle. Construire le point M tel que :

1. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$;
2. $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BA}$;
3. $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CB}$.

Exercice 23 : Symétrie centrale

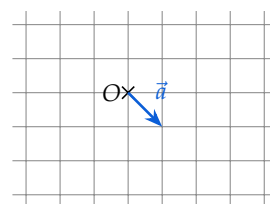
E , F et G sont trois points. E' est le symétrique de E par rapport à G , et F' celui de F par rapport à G .

1. Démontrer que $FEF'E'$ est un parallélogramme.
2. (a) Justifier que $\overrightarrow{E'F'} = \overrightarrow{FE}$.
(b) Que peut-on en déduire pour les longueurs $E'F'$ et EF ?
(c) Quelle propriété de la symétrie centrale vient-on de démontrer?

VI — Multiplier un vecteur par un réel

Exercice 24 : Multiples d'un vecteur

Reproduire la figure, puis représenter, à partir du point O , les vecteurs $2\vec{a}$, $3\vec{a}$, $-\vec{a}$ et $-2\vec{a}$.



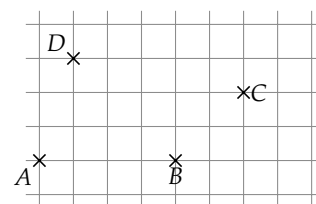
Exercice 25 : Avec des coefficients

ABC est un triangle. Construire les points M , N et P tels que

$$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}, \quad \overrightarrow{BP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}.$$

Exercice 26 : Sur un quadrillage

Quatre points A , B , C et D sont placés sur un quadrillage.



Reproduire la figure, puis tracer :

1. le représentant d'origine A de $2\overrightarrow{BC}$;
2. le représentant d'origine B de $0,5\overrightarrow{AC}$;

3. le représentant d'origine D de $-\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$;
4. le représentant d'origine C de $\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$;
5. le représentant d'origine D de $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.

Chaque extrémité tombe sur un nœud du quadrillage.

VII — Relation de Chasles

Exercice 27 : Un seul vecteur, si c'est possible

Écrire avec un seul vecteur lorsque c'est possible ; sinon, expliquer pourquoi.

- a) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EG}$ b) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$
- c) $\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{KT}$ d) $\overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HS}$
- e) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QP}$ f) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE}$

Exercice 28 : Simplifier

ABC est un triangle et M un point. Simplifier à l'aide de la relation de Chasles :

$$\vec{u} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} \quad \vec{v} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\vec{w} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{CB}$$

Aide : $-\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$.

Exercice 29 : Compléter

Compléter par les points qui conviennent.

1. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A...}$
2. $\overrightarrow{CB} + ... \overrightarrow{A} = \overrightarrow{CA}$
3. $\overrightarrow{A...} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$
4. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{...}$

Exercice 30 : Peut-on réduire ?

Dire si chaque somme se réduit avec la relation de Chasles, et la réduire si c'est le cas.

- a) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP}$ b) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}$
- c) $\overrightarrow{RO} + \overrightarrow{OS}$ d) $\overrightarrow{RO} + \overrightarrow{SR}$
- e) $\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HG}$ f) $\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{AK}$

Exercice 31 : Une égalité à démontrer

Démontrer que, pour tous points O, A, B et C :

$$\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

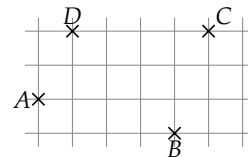
Exercice 32 : Exprimer avec deux vecteurs

ABC est un triangle.

1. Exprimer $\vec{u}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
a) $\vec{u} = \overrightarrow{CB}$ b) $\vec{u} = 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$
2. Exprimer $\vec{v}$ en fonction de $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BC}$:
a) $\vec{v} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$
b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

Exercice 33 : Différences sur un quadrillage

Construire, à partir du point A , un représentant de chaque vecteur demandé. On peut prolonger le quadrillage sur la feuille.



- a) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}$
- c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ d) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$