

CORRIGÉ — CALCUL LITTÉRAL

Chapitre 4 : fiche d'exercices — Seconde

Les résultats sont encadrés; les remarques en bleu signalent les erreurs fréquentes et les méthodes à retenir. Chaque équation se termine par l'ensemble S des solutions.

I) Réduire, substituer

Exercice 1 — Réduire une somme

$$\begin{aligned} A &= 14a & B &= 7a + 6 \\ C &= 11a^2 + 3 & D &= 7a^2 + 6a \\ E &= 2m & F &= -13m \\ G &= -3m^2 + 3m & H &= -7m^2 \\ K &= 7n^2 + 6n + 6 & L &= 4n^2 + 7n \\ M &= -4n^2 - 7n - 3 \end{aligned}$$

Dans B , le 6 reste seul : on n'écrit pas $13a$.

Exercice 2 — Réduire un produit

$$\begin{aligned} A &= 24x & B &= 15x^2 \\ C &= 14x^2 & D &= 15x^2 \\ E &= -12x^2 & F &= -30x \\ G &= -14x^2 & H &= 18x^2 \\ K &= -12x^2 & L &= 10x^2 \\ M &= -12x^2 \end{aligned}$$

Exercice 3 — Substituer

1) Pour $x = 2$: $B = 12 - 8 - 4 = 0$; pour $x = 3$:
 $B = 27 - 12 - 4 = 11$; pour $x = -1$:
 $B = 3 + 4 - 4 = 3$; pour $x = -2$:
 $B = 12 + 8 - 4 = 16$; pour $x = \frac{1}{3}$:
 $B = \frac{1}{3} - \frac{4}{3} - 4 = -5$.

2) $C = 6 + 8 + 5 = 19$; $C = -2 - 16 + 5 = -13$.
 $-4p$ pour $p = -2$: $-4 \times (-2) = +8$.

Exercice 4 — Égales ou non ?

1) Pour $x = 0$: $A = -10$ et $B = -10$; pour $x = 1$:
 $A = -6$ et $B = -8$.

2) **Non** : pour $x = 1$, elles sont différentes.

3) $A = x^2 + 5x - 2x - 10 = x^2 + 3x - 10$, qui n'est pas B .

Un test réussi ($x = 0$) ne prouve pas une égalité; un seul contre-exemple suffit à la réfuter.

II) Développer

Exercice 5 — Distributivité simple

$$\begin{aligned} A &= 12x + 20 & B &= 6x + 12 \\ C &= 4x^2 + 5x & D &= 6x^2 + 21x \\ E &= 11x + 12 & F &= 18x + 24 \\ G &= 14x + 15 & H &= 18x + 18 \\ K &= 3x^2 + 15x + 2 & L &= 14x^2 + 21x \end{aligned}$$

Exercice 6 — Avec des signes moins

$$\begin{aligned} A &= 2a + 18 & B &= -a - 12 \\ C &= 12 + 8a - 15 - 6a = 2a - 3 \\ D &= 15a - 10 + 8a - 6 = 23a - 16 \\ E &= 14b^2 + 13b & F &= -11b^2 + 10b \\ G &= -12b^2 - 8b - 2b^2 + 9b \\ G &= -14b^2 + b \\ H &= -12b^2 + 6b - 12b^2 - 18b \\ H &= -24b^2 - 12b \end{aligned}$$

Dans G : $-b \times (-9) = +9b$.

Exercice 7 — Double distributivité

$$\begin{aligned} A &= 8x^2 + 26x + 15 & B &= 8x^2 + 34x + 21 \\ C &= -6x^2 + 15x + 8x - 20 = -6x^2 + 23x - 20 \\ D &= -15 + 20x + 6x - 8x^2 = -8x^2 + 26x - 15 \\ E &= 12x^2 + 26x + 10 & F &= 15x^2 - 22x + 8 \\ G &= 18x^2 - 27x + 10 & H &= 8x^2 - 22x + 15 \end{aligned}$$

Exercice 8 — Une différence de produits

$$\begin{aligned} A &= 8x^2 + 26x + 15 - [6x^2 - 11x - 10] \\ A &= 2x^2 + 37x + 25 \\ B &= -6x^2 + 29x - 28 + 10x^2 - 19x + 6 \\ B &= 4x^2 + 10x - 22 \\ C &= 12x^2 - 9x - 30 - [-12x^2 + 7x + 10] \\ C &= 24x^2 - 16x - 40 \\ D &= 18x^2 - 9x - 2 - [-15x^2 + 26x - 8] \\ D &= 33x^2 - 35x + 6 \end{aligned}$$

Le crochet garde le produit entier ; le $-$ change ensuite tous ses signes.

Exercice 9 — Crochets et trois facteurs

$$A = 6 - 3x - 4 - 5x + 2 = 4 - 8x$$

$$B = 4x - 3 + 5x - 6x - 2 = 3x - 5$$

$$C = 4 - [3 - 2x] + 3 - 4x = 4 - 2x$$

$$D = 5x + [x - 4] - [2x + 4] = 4x - 8$$

$$E = 6x^2 + 15x - 4[2x^2 - x - 15]$$

$$E = -2x^2 + 19x + 60$$

$$F = (3x^2 + 2x - 8)(-x + 3)$$

$$F = -3x^3 + 7x^2 + 14x - 24$$

III) Identités remarquables

Exercice 10 — Le carré d'une somme

$$A = 9x^2 + 24x + 16$$

$$B = 25 + 20x + 4x^2$$

$$C = 16a^2 + 24a + 9$$

$$D = 9 + 30b + 25b^2$$

$$E = x^2 + 12x + 36$$

$$F = 16x^2 + 8x + 1$$

$$G = 9m^2 + 30m + 25$$

$$H = 16 + 24r + 9r^2$$

Le double produit : pour A , $2 \times 3x \times 4 = 24x$.

Exercice 11 — Le carré d'une différence

$$A = 16x^2 - 24x + 9$$

$$B = 9x^2 - 30x + 25$$

$$C = 16 - 24x + 9x^2$$

$$D = 25 - 20x + 4x^2$$

$$E = 25a^2 - 30a + 9$$

$$F = 4 - 20b + 25b^2$$

$$G = 9m^2 - 6m + 1$$

$$H = n^2 - 8n + 16$$

Exercice 12 — Somme par différence

$$A = 16x^2 - 9$$

$$C = 9 - 25x^2$$

$$D = 9a^2 - 16$$

$$E = b^2 - 25$$

$$F = 49 - c^2$$

$$B = 4x^2 - 6x + 10x - 15 = 4x^2 + 4x - 15$$

B n'est pas une identité : $2x + 5$ et $2x - 3$ n'ont pas les mêmes termes.

Exercice 13 — Choisir la bonne formule

$$A = 6x + 15$$

$$B = 4x^2 + 20x + 25$$

$$C = 9x^2 - 24x + 16$$

$$D = 25x^2 - 9$$

$$E = 21x^2 - 29x - 10$$

$$F = 9 - 49x^2$$

$$G = 4x^2 + 12x + 9 - [x^2 - 8x + 16]$$

$$G = 3x^2 + 20x - 7$$

$$H = x^2 - 25 - [4x^2 - 1] = -3x^2 - 24$$

$$K = x^2 + 8x + 16 + 3[2x^2 + 3x - 2]$$

$$K = 7x^2 + 17x + 10$$

$$L = 9x^2 - 1 - 2[x^2 - 6x + 9]$$

$$L = 7x^2 + 12x - 19$$

IV) Factoriser

Exercice 14 — Compléter les factorisations

$$a) 5(x + 8)$$

$$b) 4(3x - 2)$$

$$c) 5(2x - 3)$$

$$d) 4x(2x + 3)$$

$$e) x(x - 9) \quad f)$$

$$(x + 3)(3x - 2 + x + 4) = (x + 3)(4x + 2)$$

Exercice 15 — Un nombre ou x en facteur

$$A = 12(4a - 3b)$$

$$B = 30(5a - 3b)$$

$$C = 12(2x - 3)$$

$$D = x(35 + 13x)$$

$$E = 7x(4x - 1)$$

$$F = 5x(x^2 + 2x + 3)$$

On prend le plus grand facteur commun : $C = 6(4x - 6)$ n'est pas terminé.

Exercice 16 — Une parenthèse en facteur

$$A = (4x + 3)[(2x - 5) + (3x + 7)]$$

$$A = (4x + 3)(5x + 2)$$

$$B = (6x - 5)[(2x + 3) + (4x - 1)]$$

$$B = (6x - 5)(6x + 2)$$

$$C = (2x - 7)[(3x + 5) + (4x + 1)]$$

$$C = (2x - 7)(7x + 6)$$

$$D = (5r + 3)[(8r - 2) + (3r - 4)]$$

$$D = (5r + 3)(11r - 6)$$

$$E = (x - 4)[(x + 2) - (2x + 5)]$$

$$E = (x - 4)(-x - 3)$$

$$F = (2y - 5)(x + 3)$$

B peut encore s'écrire $2(6x - 5)(3x + 1)$.

V) Factoriser avec une identité remarquable

Exercice 17 — Différence de deux carrés

$$A = (5x + 4)(5x - 4)$$

$$B = (1 + 3x)(1 - 3x)$$

$$C : \text{impossible}$$

$$D = (6R + 5)(6R - 5)$$

$$E = 5(x^2 - 1) = 5(x + 1)(x - 1)$$

$$F = 9 - x^2 = (3 + x)(3 - x)$$

C est une somme de deux carrés. Pour E , on factorise d'abord par 5.

Exercice 18 — Carrés parfaits

$$A = (3x + 2)^2$$

$$C = (4d + 3)^2$$

$$D = (6 - x)^2$$

$$F = (4b - 5)^2$$

$$B : a = 5a, b = 3, \text{ mais } 2 \times 5a \times 3 = 30a \neq 15a :$$

$$\text{impossible}.$$

$$E : -1 \text{ n'est pas un carré : impossible}.$$

Exercice 19 — Quelle méthode ?

$$\begin{aligned} A &= (7x+4)(7x-4) & B &= x(16x+7) \\ C &= (2x+5)^2 & D &= (8-3x)^2 \\ E &= a(5-4a) & F &= (1-5f)^2 \end{aligned}$$

VI) Factorisations avancées

Exercice 20 — Identité remarquable sur des expressions

$$\begin{aligned} A &= [(7x+5) + (3x+1)][(7x+5) - (3x+1)] \\ A &= (10x+6)(4x+4) \\ B &= [(7x-3) + (2x-1)][(7x-3) - (2x-1)] \\ B &= (9x-4)(5x-2) \\ C &= [(3x-2) + 7][(3x-2) - 7] \\ C &= (3x+5)(3x-9) \\ D &= [9 - (2x-3)][9 + (2x-3)] \\ D &= (12-2x)(2x+6) \\ E &= [(x+5) + (x+2)][(x+5) - (x+2)] \\ E &= 3(2x+7) \end{aligned}$$

Dans B : $-(2x-1) = -2x+1$. On peut encore sortir des facteurs numériques : $A = 8(5x+3)(x+1)$.

Exercice 21 — Le « 1 » caché et le carré

$$\begin{aligned} A &= (5x+4)[(3x-2) + 1] = (5x+4)(3x-1) \\ B &= (x-1)[3(x+2) - 1] = (x-1)(3x+5) \\ C &= (6r-4)[(2r-3) + (6r-4)] \\ C &= (6r-4)(8r-7) \\ D &= (4m-2)[(4m-2) - (3m+1)] \\ D &= (4m-2)(m-3) \\ E &= (x+2)[(x+2) + 4 + 1] = (x+2)(x+7) \end{aligned}$$

Dans E, $x+2$ apparaît trois fois : le dernier terme donne le « 1 ».

Exercice 22 — Faire apparaître le facteur commun

$$\begin{aligned} A &= (3x-4)(x+2) + 6(3x-4) \\ A &= (3x-4)(x+8) \\ B &= (x-5)^2 + (x-5) \\ B &= (x-5)(x-4) \\ C &= (-x+2)(3x+1) - (3x+1)(x-7) \\ C &= (3x+1)(9-2x) \\ D &= (3x+4)(3x-4) + (3x+4)(2x+5) \\ D &= (3x+4)(5x+1) \\ E &= (4x+5)^2 - 2(4x+5) \\ E &= (4x+5)(4x+3) \end{aligned}$$

B : $(5-x)^2 = (x-5)^2$ (un carré efface le signe). C : $-3x-1 = -(3x+1)$.

Exercice 23 — Choisir la méthode

$$\begin{aligned} A &= (4x-7)^2 & B &= x(3x^2-10x+24) \\ C &= (2x+5)[(3x-4) + (4x+9)] \\ C &= (2x+5)(7x+5) \\ D &= (5x+3)[(4x-9) - (6x-9)] \\ D &= -2x(5x+3) \\ E &= [(4x-1) + (3x+2)][(4x-1) - (3x+2)] \\ E &= (7x+1)(x-3) \end{aligned}$$

VII) Fractions rationnelles

Exercice 24 — Valeurs interdites

$$\begin{aligned} A &: -3 & B &: \frac{2}{3} \\ C &: 0 \text{ et } -5 & D &: -\frac{2}{3} \text{ et } 2 \\ E &: x^2 - 16 = 0 \text{ pour } -4 \text{ et } 4. \end{aligned}$$

Exercice 25 — Premiers calculs

$$\begin{aligned} A &= \frac{2x+1}{x} & B &= \frac{4x-3}{x} \\ C &= \frac{7}{x} & D &= \frac{x^2+3}{x} \\ E &= \frac{x}{3x} + \frac{6}{3x} = \frac{x+6}{3x} \end{aligned}$$

Exercice 26 — Une seule fraction

$$\begin{aligned} A &= \frac{x-2+3}{x-2} = \frac{x+1}{x-2} \\ B &= \frac{4(x+2)-3x}{x(x+2)} = \frac{x+8}{x(x+2)} \\ C &= \frac{x^2+2(x+3)}{x(x+3)} = \frac{x^2+2x+6}{x(x+3)} \\ D &= \frac{3(x-1)-(x+2)}{x-1} = \frac{2x-5}{x-1} \\ E &= \frac{x+2+x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x}{(x-2)(x+2)} \end{aligned}$$

Valeurs interdites : A : 2 ; B : 0 et -2 ; C : 0 et -3 ; D : 1 ; E : 2 et -2.

D : la parenthèse autour de $x+2$ est indispensable.

Exercice 27 — Démontrer une égalité

$$\begin{aligned} 1) & \\ 2 - \frac{1}{x-1} &= \frac{2(x-1)-1}{x-1} \\ 2 - \frac{1}{x-1} &= \frac{2x-3}{x-1} \\ 2) & \\ \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} &= \frac{x-(x-2)}{x(x-2)} \\ \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} &= \frac{2}{x(x-2)} \end{aligned}$$

VIII) Équations du premier degré

Exercice 28 — Les deux règles

- a) $S = \{5\}$ b) $S = \{8\}$
 c) $4 = 4x : S = \{1\}$ d) $S = \{\frac{7}{2}\}$
 e) $-3x = 21 : S = \{-7\}$ f) $0x = -11 : S = \emptyset$

Exercice 29 — Avec des parenthèses

- a) $9 - x = x + 9$
 $-2x = 0 : S = \{0\}$
 b) $x + 1 = 0 : S = \{-1\}$
 c) $4x + 10 = x + 16$
 $3x = 6 : S = \{2\}$
 d) $x - 8 = 5x - 20$
 $12 = 4x : S = \{3\}$
 e) $3m - 4 = 2m + 5 : S = \{9\}$

Exercice 30 — Coefficients fractionnaires

- a) $S = \{-2\}$ b) $S = \{\frac{1}{8}\}$
 c) $S = \{6\}$ d) $S = \{-\frac{4}{5}\}$
 e) $S = \{\frac{1}{6}\}$ f) $S = \{-\frac{3}{4}\}$
 c) $x = \frac{9}{2} \times \frac{4}{3} : \text{on multiplie par l'inverse du coefficient.}$

Exercice 31 — Supprimer les fractions

- a) $-x + 12 = 3x - 24 : S = \{9\}$
 b) $5x + 2 = 6x - 8 : S = \{10\}$
 c) $9x - 20 = 7 : S = \{3\}$
 d) $3x + 10 = -x + 54 : S = \{11\}$
 e) $2x - 6 - 16 = 3x + 1 + 2 : S = \{-25\}$
 f) $3(2x + 4) = 4(x + 5) : S = \{4\}$

On multiplie par 3, 2, 15, 6, 4 et 12; chaque terme, y compris celui sans fraction.

Exercice 32 — Produit en croix, cas particuliers

- 1) a) $9x + 6 = 20x - 4 : S = \{\frac{10}{11}\}$ b) $9x - 6 = 10 : S = \{\frac{16}{9}\}$
 2) a) $(\times 6) -x + 24 = -x + 24 : 0x = 0, S = \mathbb{R}$.
 b) $(\times 12) -2x - 5 = -2x - 1 : 0x = 4, S = \emptyset$.

Exercice 33 — L'inconnue au dénominateur

- a) $x \neq -\frac{1}{2} : 3x - 2 = 4x + 2$
 $x = -4 : S = \{-4\}$
 b) $x \neq 2 : 3 - 2x = 2 - x$
 $x = 1 : S = \{1\}$
 c) $x \neq -\frac{1}{2} : 12 - 4x = 6x + 3$
 $x = \frac{9}{10} : S = \{\frac{9}{10}\}$
 d) $x \neq -\frac{1}{2} : 4 + 2x = 1 + 2x$
 $0x = -3 : S = \emptyset$
 e) $x \neq 2 : 3 - x = 2x - 4$
 $x = \frac{7}{3} : S = \{\frac{7}{3}\}$
 f) $x \neq -2 : -3x = 4 + 2x$
 $x = -\frac{4}{5} : S = \{-\frac{4}{5}\}$

IX) Équations produit

Exercice 34 — Produit nul

- a) $S = \{0; \frac{5}{3}\}$ b) $S = \{0; \frac{8}{3}\}$
 c) $S = \{\frac{5}{2}\}$ d) $S = \{-2; -\frac{4}{3}; 0\}$
 e) $S = \{-1; \frac{2}{3}; 5\}$
 c) Un carré est nul si et seulement si le nombre est nul : une seule solution.

Exercice 35 — Factoriser d'abord

- a) $x(3x - 8) = 0 : S = \{0; \frac{8}{3}\}$
 b) $x^2(2x - 5) = 0 : S = \{0; \frac{5}{2}\}$
 c) $(x + 3)[(x + 3) - (4x - 3)] = 0$
 $(x + 3)(6 - 3x) = 0 : S = \{-3; 2\}$
 d) $(2x - 5)[(3x + 1) - (4 - x)] = 0$
 $(2x - 5)(4x - 3) = 0 : S = \{\frac{3}{4}; \frac{5}{2}\}$
 e) $(3x + 2)(3x - 2 - 3 + x) = 0$
 $(3x + 2)(4x - 5) = 0 : S = \{-\frac{2}{3}; \frac{5}{4}\}$
 f) $(3x - 1)[(x + 2)^2 - 9] = 0$
 $(3x - 1)(x + 5)(x - 1) = 0 : S = \{-5; \frac{1}{3}; 1\}$
 e) $9x^2 - 4 = (3x + 2)(3x - 2)$ fait apparaître le facteur commun.

Exercice 36 — Différence de deux carrés nulle

a) $(3x - x - 2)(3x + x + 2) = 0$

$$(2x - 2)(4x + 2) = 0 : S = \{$$

b) $(2x - 2)(4x + 4) = 0 : S = \{$

c) $[(3x + 5) - 2(x + 1)][(3x + 5) + 2(x + 1)] = 0$

$$(x + 3)(5x + 7) = 0 : S = \{$$

d) $[3(x + 1) - 2(2x + 3)][3(x + 1) + 2(2x + 3)] = 0$

$$(-x - 3)(7x + 9) = 0 : S = \{$$

c) $4(x + 1)^2 = [2(x + 1)]^2$.

Exercice 37 — Développer d'abord

a) $3x^2 + 10x - 8 = 3x^2 + 5$

$$10x = 13 : S = \left\{ \frac{13}{10} \right\}$$

b) $4x^2 + 12x + 9 = 4x^2 + 2x$

$$10x = -9 : S = \{-0,9\}$$

c) $x^2 + 2x - 3 = x^2 + x - 20 : S = \{-17\}$

d) $x^3 - 8x^2 + 16x = x^3 + 3x^2$

$$x(16 - 11x) = 0 : S = \left\{ 0; \frac{16}{11} \right\}$$

*En d), ce sont les x^3 qui s'éliminent ; il reste une équation produit.***Exercice 38 — Choisir la bonne écriture**

1) $E(x) = x^2 - 4x + 4 - 36 = x^2 - 4x - 32$;
 $E(x) = [(x - 2) - 6][(x - 2) + 6]$, soit $(x - 8)(x + 4)$.

2) $E(0) = -32$ (forme B); $E(x) = 0 : S = \{-4; 8\}$

(forme C); $E(x) = -32 : x(x - 4) = 0, S = \{0; 4\}$

(forme B); $E(x) = -36 : (x - 2)^2 = 0, S = \{2\}$

(forme A).

X) Équations $x^2 = a$ et équations quotient**Exercice 39 — Équations $x^2 = a$**

a) $S = \{-9; 9\}$

b) $S = \emptyset$

c) $x^2 = 16 : S = \{-4; 4\}$

d) $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$

e) $x^2 = \frac{25}{4} : S = \{-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\}$

f) $x + 2 = 7$ ou $x + 2 = -7 : S = \{-9; 5\}$

Exercice 40 — Équations quotient

a) $x \neq -2 : S = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$

b) $x \neq 3 : S = \left\{ -\frac{9}{2} \right\}$

c) Numérateur :

$$[(2x + 3) - 3(x - 1)][(2x + 3) + 3(x - 1)] = (6 - x) \times 5x$$
; dénominateur : $4(x - 1)(x + 1)$, nul pour 1 et -1. Le numérateur s'annule pour 0 et 6 :

$$S = \{0; 6\}.$$

d) Numérateur :

$$(3x - 4)(3x + 4) - 2(3x - 4) = (3x - 4)(3x + 2)$$
; dénominateur nul pour $\frac{4}{3}$. Il reste $S = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$.

e) Pour $x \neq 0 : \frac{6 + x - 7}{2x} = 0$, soit $x - 1 = 0 :$

$$S = \{1\}.$$

d) $\frac{4}{3}$ annule aussi le numérateur, mais il est interdit.**Exercice 41 — Dans des problèmes**

1) $c^2 = 30$ et $c > 0 : c = \sqrt{30} \text{ cm}.$

2) $\pi r^2 = 49\pi$, soit $r^2 = 49 : r = 7 \text{ cm}.$

3) $x^2 + 7 = 43$, soit $x^2 = 36 : -6$ ou 6 .

4) Pour $x = 6$ ($x \neq -2$). Valoir 1 : $x - 6 = x + 2$ est impossible : jamais.

XI) Mise en équation**Exercice 42 — Quatre problèmes courts**

1) Soit x l'âge de Zoé : $3(x + 9) = 75$ donne $x + 9 = 25$: Zoé a 16 ans.

2) Soit x le nombre choisi : $5(3x - 4) = 205$ donne $3x - 4 = 41$: $x = 15$.

3) Soit x la contenance : $\frac{x}{4} + 15 = \frac{2x}{3}$; ($\times 12$)
 $3x + 180 = 8x$: 36 L.

4) $n + (n + 2) = 152, n = 75$: 75 et 77.

Exercice 43 — Entiers et âges

1) $n + 3(n + 2) = 98$ donne $4n + 6 = 98$, puis $n = 23$: 23, 24 et 25.

2) Dans x ans : $30 + x = (18 + x) + (4 + x)$, soit $30 + x = 22 + 2x$: 8 ans.

Vérification : $38 = 26 + 12$.

Exercice 44 — Stocks, jardin et concert

1) Soit b le nombre de paires de bottes :
 $b + 3b + (b + 5) = 95$ donne $5b = 90$, puis $b = 18$: 18 bottes, 54 baskets, 23 sandales.

2) Le verger représente $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$ du jardin :
 $\frac{5}{12}x = 75, x = 180 \text{ m}^2$.

3) $40x + 25(800 - x) = 26\,000$ donne $15x = 6\,000$: 400 places assises.

XII) Problèmes de géométrie**Exercice 45 — Exprimer des longueurs et des aires**

1) $GO = x + 7$; $RS = \frac{2x}{5}$ (deux parts sur cinq).

2) Le grand rectangle moins le rectangle blanc :
 $6(x + 6) - 6x = 36$. L'aire ne dépend pas de x .

Exercice 46 — Un trapèze et un triangle

- 1) Trapèze : $\frac{(x+3x)(x+3)}{2} = 2x^2 + 6x$; triangle : $\frac{(6+x) \times 2x}{2} = x^2 + 6x$.
- 2) Somme : $3x^2 + 12x = 3x(x+4)$: l'autre côté mesure $x+4$.

Exercice 47 — Deux solides

- Pavé : $(2x+6) \times 2x \times x = 4x^3 + 12x^2$.
- Prisme : aire de la base $\frac{2x \times 4x}{2} = 4x^2$, puis volume $4x^2(x+3) = 4x^3 + 12x^2$.
- Les volumes sont égaux pour tout $x > 0$.

Exercice 48 — Une aire donnée

$$4(6+x) = 30, 24 + 4x = 30, x = 1,5 \text{ cm}.$$

Exercice 49 — Un carré dans un carré

- Le grand carré a pour côté $3+2x$.
- 1) $4(3+2x) = 36 : x = 3$.
- 2) $(3+2x)^2 = 49$ et $3+2x > 0 : 3+2x = 7, x = 2$.
- 3) $(3+2x)^2 - 9 = 27$, soit $(3+2x)^2 = 36 : 3+2x = 6, x = 1,5$.

Exercice 50 — Un bassin dans une parcelle

- 1) c et d : la parcelle moins le bassin, $x^2 - (x-2)^2 = 4x - 4$.
- 2) Le bassin a pour côté $x-2 : (x-2)^2 = 36$ et $x-2 > 0$, donc $x-2 = 6$ et $x = 8 \text{ m}$.

XIII) Isoler une grandeur**Exercice 51 — Échauffement**

- a) $A = B - 3$ b) $A = 5 - B$
- c) $A = \frac{B}{4}$ d) $A = 3B$
- e) $A = \frac{6}{B}$ f) $A = \frac{C-B}{2}$

Exercice 52 — Formules de géométrie et de physique

- 1) $\ell = \frac{V}{Lh}$ 2) $h = \frac{2A}{b}$
- 3) $r = \frac{E-U}{I}$ 4) $d = \frac{V}{LH}$
- 5) $C_0 = \frac{C}{1+t}$ 6) $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$
- 3) $rI = E - U$; 4) $LH = \frac{V}{d}$, puis produit en croix.

Exercice 53 — Plus difficile

- 1) $\frac{1}{f} = \frac{a+b}{ab}$, donc $f = \frac{ab}{a+b}$.

$$2) d^2 = \frac{6,67 \times 10^{-11} \text{ m m}'}{F}, \text{ donc}$$

$$d = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \text{ m m}'}{F}}.$$

Exercice 54 — Isoler, puis calculer

- 1) $2y = 10 - 4x + 3z, y = \frac{10 - 4x + 3z}{2}$; pour $x = 1$ et $z = 2 : y = 6$.
- 2) $\ell = \frac{72}{6 \times 3} = 4 \text{ cm}$.
- 3) $r = \sqrt{\frac{80}{\pi}} \simeq 5,0 \text{ cm}$.

Vers le devoir commun**Exercice 55 — Maîtrise des calculs**

$$A(x) = 6x - 15 + 6x^2 + 5x - 4$$

$$A(x) = 6x^2 + 11x - 19$$

$$B(x) = -3x^2 - 2x + 8 - 5 + x$$

$$B(x) = -3x^2 - x + 3$$

$$C(x) = x(8x - 5) \quad D(x) = (3x + 5)^2$$

$$E(x) = (2x - 5)[1 - 3(2x - 5)]$$

$$E(x) = (2x - 5)(16 - 6x)$$

$$F(x) = (x + 2)[(-2x + 3) - (x + 2)]$$

$$F(x) = (x + 2)(-3x + 1)$$

Exercice 56 — Une fonction, trois écritures

- 1) $f(x) = x^2 + 6x + 9 - 16 = x^2 + 6x - 7$;
 $f(x) = [(x+3) - 4][(x+3) + 4]$, soit $(x-1)(x+7)$.
- 2) $f(0) = -7$; $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} + 3 - 7 = -\frac{15}{4}$.
- Antécédents de 0 : $(x-1)(x+7) = 0$, 1 et -7.
- De -7 : $x^2 + 6x = 0$, soit $x(x+6) = 0$: 0 et -6; de -16 : $(x+3)^2 = 0$: -3.

Exercice 57 — Lire, puis démontrer

- 1) On lit $f(x) = 0$ pour $x = -1$ et $x = 4$; $f(x) = -4$ pour $x = 0$ et $x = 3$.
- 2)
- $$f(x) = 2x^2 - x - 3 - (x^2 + 2x + 1)$$
- $$f(x) = x^2 - 3x - 4$$
- $$f(x) = (x+1)[(2x-3) - (x+1)]$$
- $$f(x) = (x+1)(x-4)$$
- 3) $f(2) = 4 - 6 - 4 = -6$; $f(x) = 0$: $S = \{-1; 4\}$;
 $f(x) = -4 : x(x-3) = 0, S = \{0; 3\}$. Les conjectures sont démontrées.

Exercice 58 — Équations

a) $\frac{2}{3}x = 8$: $S = \{12\}$ b) $S = \{\frac{9}{4}\}$

c) $4x + 3 = -5 + 3x$: $S = \{-8\}$

d) $(2x - 10)(4x + 2) = 0$: $S = \{-\frac{1}{2}; 5\}$

e) $(3x - 2)^2 - [2(x + 2)]^2 = 0$, soit

$(x - 6)(5x + 2) = 0$: $S = \{-\frac{2}{5}; 6\}$

Exercice 59 — Points d'intersection de deux courbes

a) $x^2 + 2x - 3 = 2x + 6$ donne $x^2 - 9 = 0$, soit
 $(x - 3)(x + 3) = 0$. $g(3) = 12$ et $g(-3) = 0$: $(3; 12)$ et
 $(-3; 0)$.

b) $3x^2 - x + 1 = 5x + 1$ donne $3x^2 - 6x = 0$, soit
 $3x(x - 2) = 0$. $g(0) = 1$ et $g(2) = 11$: $(0; 1)$ et
 $(2; 11)$.

Exercice 60 — Deux problèmes

1) $(x + 3)^2 = x^2 + 51$ donne $6x + 9 = 51$, puis $x = 7$:
l'aire de départ vaut 49 cm^2 .

2) $0 < x \leq 6$; carré : x^2 ; rectangle :
 $(6 - x)(9 - x) = 54 - 15x + x^2$. $x^2 = 54 - 15x + x^2$
donne $x = 3,6 \text{ cm}$, qui convient.