

Seconde — Calcul littéral

Fiche d'exercices du chapitre

On écrit toutes les étapes. On contrôle chaque fois que c'est possible : en redéveloppant une factorisation, ou en remplaçant x par la solution trouvée.

I — Réduire, substituer

Exercice 1 : Réduire une somme

Réduire, si possible :

$$\begin{array}{ll} A = 7a + 5a + 2a & B = 6 + 2a + 5a \\ C = 4a^2 + 3 + 7a^2 & D = 6a + 3a^2 + 4a^2 \\ E = 9m - 12m + 5m & F = -6m - 3m - 4m \\ G = 3m - 8m^2 + 5m^2 & H = -6m^2 + 4m^2 - 5m^2 \\ K = 3n^2 + 6n - 5 + 4n^2 + 3 + 8 \\ L = 4 + 5n - 3n^2 + 7n^2 + 2n - 4 \\ M = -7n^2 + 6 - 4n + 3n^2 - 3n - 9 \end{array}$$

Exercice 2 : Réduire un produit

Réduire :

$$\begin{array}{lll} A = 6 \times 4x & B = 3x \times 5x & C = 7 \times 2x^2 \\ D = 3x^2 \times 5 & E = -4x \times 3x & F = -6 \times 5x \\ G = 2x(-7x) & H = -3x(-6x) & K = 4(-3x^2) \\ L = -5(-2x^2) & M = 3x^2 \times (-4) \end{array}$$

Exercice 3 : Substituer

- Calculer $B = 3x^2 - 4x - 4$ pour $x = 2$, $x = 3$, $x = -1$, $x = -2$, puis $x = \frac{1}{3}$.
- Calculer $C = 2m - 4p + 5$ pour $m = 3$ et $p = -2$, puis pour $m = -1$ et $p = 4$.

Exercice 4 : Égales ou non ?

On pose $A = (x - 2)(x + 5)$ et $B = 2x^2 - 10$.

- Calculer A et B pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.
- A et B sont-elles égales ?
- Développer A . Que conclure ?

II — Développer

Exercice 5 : Distributivité simple

Développer et réduire :

$$\begin{array}{ll} A = 4(3x + 5) & B = (6 + 3x) \times 2 \\ C = x(4x + 5) & D = 3x(2x + 7) \\ E = 5x + 3(2x + 4) & F = 2(5x + 6) + 4(2x + 3) \\ G = 5(3 + 2x) + 4x & H = 3(4x + 2) + 2(6 + 3x) \\ K = x(3x + 5) + 2(5x + 1) & L = 2x(4x + 3) + 3x(2x + 5) \end{array}$$

Exercice 6 : Avec des signes moins

Développer et réduire :

$$\begin{array}{ll} A = 6(a + 3) - 4a & B = -7a + 3(2a - 4) \\ C = 4(3 + 2a) - 3(5 + 2a) \\ D = -5(-3a + 2) + 2(4a - 3) \\ E = 3b + 2b(5 + 7b) & F = 5b(-3b + 2) + 4b^2 \\ G = 4b(-3b - 2) - b(2b - 9) \\ H = -3b(4b - 2) + 6b(-2b - 3) \end{array}$$

Exercice 7 : Double distributivité

Développer et réduire :

$$\begin{array}{ll} A = (2x + 5)(4x + 3) & B = (3 + 4x)(2x + 7) \\ C = (3x - 4)(-2x + 5) & D = (-5 + 2x)(3 - 4x) \\ E = (-4x - 2)(-3x - 5) & F = (2 - 3x)(4 - 5x) \\ G = (-6x + 5)(-3x + 2) & H = (-3 + 2x)(4x - 5) \end{array}$$

Exercice 8 : Une différence de produits

Développer et réduire. Le produit qui suit un $-$ se développe d'abord entre crochets.

$$\begin{array}{l} A = (4x + 3)(2x + 5) - (3x + 2)(2x - 5) \\ B = (-2x + 7)(3x - 4) + (5x - 2)(2x - 3) \\ C = (-4x - 5)(-3x + 6) - (2 + 3x)(5 - 4x) \\ D = (6x + 1)(3x - 2) - (5x - 2)(4 - 3x) \end{array}$$

Exercice 9 : Crochets et trois facteurs

Développer et réduire :

$$\begin{array}{l} A = (6 - 3x) - 4 - (5x - 2) \\ B = (4x - 3) + 5x - (6x + 2) \\ C = 4 - [6 - (2x + 3)] + (3 - 4x) \\ D = 5x + [2 - (6 - x)] - [3x - (x - 4)] \\ E = 3x(2x + 5) - 4(2x + 5)(x - 3) \\ F = (x + 2)(3x - 4)(-x + 3) \end{array}$$

III — Identités remarquables

Exercice 10 : Le carré d'une somme

Développer :

$$\begin{array}{ll} A = (3x + 4)^2 & B = (5 + 2x)^2 \\ C = (4a + 3)^2 & D = (3 + 5b)^2 \\ E = (x + 6)^2 & F = (4x + 1)^2 \\ G = (3m + 5)^2 & H = (4 + 3r)^2 \end{array}$$

Exercice 11 : Le carré d'une différence

Développer :

$$\begin{array}{ll} A = (4x - 3)^2 & B = (3x - 5)^2 \\ C = (4 - 3x)^2 & D = (5 - 2x)^2 \\ E = (5a - 3)^2 & F = (2 - 5b)^2 \\ G = (3m - 1)^2 & H = (n - 4)^2 \end{array}$$

Exercice 12 : Somme par différence

Développer. Attention : un des produits n'est pas une identité remarquable.

$$\begin{array}{ll} A = (4x + 3)(4x - 3) & B = (2x + 5)(2x - 3) \\ C = (3 + 5x)(3 - 5x) & D = (3a + 4)(3a - 4) \\ E = (b - 5)(b + 5) & F = (7 + c)(7 - c) \end{array}$$

Exercice 13 : Choisir la bonne formule

Développer et réduire :

$$\begin{array}{ll} A = 3(2x + 5) & B = (2x + 5)^2 \\ C = (3x - 4)^2 & D = (5x - 3)(5x + 3) \\ E = (7x + 2)(3x - 5) & F = (3 + 7x)(3 - 7x) \\ G = (2x + 3)^2 - (x - 4)^2 \\ H = (x - 5)(x + 5) - (2x + 1)(2x - 1) \\ K = (x + 4)^2 + 3(2x - 1)(x + 2) \\ L = (3x + 1)(3x - 1) - 2(x - 3)^2 \end{array}$$

IV — Factoriser

Exercice 14 : Compléter les factorisations

Compléter :

$$\begin{array}{ll} a) 5 \times x + 5 \times 8 = 5(\dots + \dots) & b) 12x - 8 = 4(\dots - \dots) \\ c) 10x - 15 = \dots(2x - 3) & d) 8x^2 + 12x = 4x(\dots + \dots) \\ e) x^2 - 9x = \dots(x - 9) \\ f) (x + 3)(3x - 2) + (x + 3)(x + 4) = (x + 3)(\dots) \end{array}$$

Exercice 15 : Un nombre ou x en facteur

Factoriser le plus possible :

$$\begin{array}{ll} A = 48a - 36b & B = 150a - 90b \\ C = 24x - 36 & D = 35x + 13x^2 \\ E = 28x^2 - 7x & F = 5x^3 + 10x^2 + 15x \end{array}$$

Exercice 16 : Une parenthèse en facteur

Factoriser, puis réduire chaque facteur :

$$\begin{array}{l} A = (4x + 3)(2x - 5) + (4x + 3)(3x + 7) \\ B = (6x - 5)(2x + 3) + (6x - 5)(4x - 1) \\ C = (3x + 5)(2x - 7) + (2x - 7)(4x + 1) \\ D = (8r - 2)(5r + 3) + (3r - 4)(5r + 3) \\ E = (x - 4)(x + 2) - (x - 4)(2x + 5) \\ F = x(2y - 5) + 3(2y - 5) \end{array}$$

V — Factoriser avec une identité remarquable

Exercice 17 : Différence de deux carrés

Factoriser, si possible :

$$\begin{array}{ll} A = 25x^2 - 16 & B = 1 - 9x^2 \\ C = 4x^2 + 9 & D = 36R^2 - 25 \\ E = 5x^2 - 5 & F = -x^2 + 9 \end{array}$$

Exercice 18 : Carrés parfaits

Factoriser, si possible. On trouve d'abord a et b , puis on contrôle $2ab$.

$$\begin{array}{ll} A = 9x^2 + 12x + 4 & B = 25a^2 + 15a + 9 \\ C = 24d + 16d^2 + 9 & D = 36 - 12x + x^2 \\ E = 9x^2 + 6x - 1 & F = 16b^2 + 25 - 40b \end{array}$$

Exercice 19 : Quelle méthode ?

Factoriser, si possible :

$$\begin{array}{ll} A = 49x^2 - 16 & B = 16x^2 + 7x \\ C = 4x^2 + 20x + 25 & D = 64 - 48x + 9x^2 \\ E = 5a - 4a^2 & F = 1 + 25f^2 - 10f \end{array}$$

VI — Factorisations avancées

Exercice 20 : Identité remarquable sur des expressions

Factoriser, puis réduire chaque facteur. Écrire la factorisation avec des parenthèses à l'intérieur des crochets.

$$\begin{array}{ll} A = (7x + 5)^2 - (3x + 1)^2 & \\ B = (7x - 3)^2 - (2x - 1)^2 & \\ C = (3x - 2)^2 - 49 & D = 81 - (2x - 3)^2 \\ E = (x + 5)^2 - (x + 2)^2 & \end{array}$$

Exercice 21 : Le « 1 » caché et le carré

Factoriser :

$$\begin{array}{ll} A = (5x + 4)(3x - 2) + (5x + 4) & \\ B = 3(x - 1)(x + 2) - (x - 1) & \\ C = (6r - 4)(2r - 3) + (6r - 4)^2 & \\ D = (4m - 2)^2 - (4m - 2)(3m + 1) & \\ E = (x + 2)^2 + 4(x + 2) + x + 2 & \end{array}$$

Exercice 22 : Faire apparaître le facteur commun

Factoriser. Penser aux facteurs opposés, aux multiples et aux identités cachées dans un seul morceau.

$$\begin{array}{ll} A = (3x - 4)(x + 2) + 6(-4 + 3x) & \\ B = (5 - x)^2 + (x - 5) & \\ C = (-x + 2)(3x + 1) + (-3x - 1)(x - 7) & \\ D = 9x^2 - 16 + (3x + 4)(2x + 5) & \\ E = 16x^2 + 40x + 25 - 2(4x + 5) & \end{array}$$

Exercice 23 : Choisir la méthode

Factoriser :

$$\begin{array}{ll} A = 16x^2 - 56x + 49 & B = 24x - 10x^2 + 3x^3 \\ C = (2x + 5)(3x - 4) + (2x + 5)(4x + 9) & \\ D = (5x + 3)(4x - 9) - (5x + 3)(6x - 9) & \\ E = (4x - 1)^2 - (3x + 2)^2 & \end{array}$$

VII — Fractions rationnelles

Exercice 24 : Valeurs interdites

Donner la ou les valeurs interdites :

$$\begin{array}{lll} A = \frac{2x+5}{x+3} & B = \frac{7}{3x-2} & C = \frac{x-1}{x(x+5)} \\ D = \frac{4x}{(3x+2)(2-x)} & E = \frac{5}{x^2-16} & \end{array}$$

Exercice 25 : Premiers calculs

Écrire avec une seule fraction, pour $x \neq 0$:

$$\begin{array}{lll} A = 2 + \frac{1}{x} & B = 4 - \frac{3}{x} & C = \frac{2}{x} + \frac{5}{x} \\ D = x + \frac{3}{x} & E = \frac{1}{3} + \frac{2}{x} & \end{array}$$

Exercice 26 : Une seule fraction

Écrire avec une seule fraction, en précisant les valeurs interdites :

$$\begin{array}{lll} A = 1 + \frac{3}{x-2} & B = \frac{4}{x} - \frac{3}{x+2} & C = \frac{x}{x+3} + \frac{2}{x} \\ D = 3 - \frac{x+2}{x-1} & E = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} & \end{array}$$

Exercice 27 : Démontrer une égalité

- Démontrer que, pour tout $x \neq 1$: $\frac{2x-3}{x-1} = 2 - \frac{1}{x-1}$.
- Démontrer que, pour tout $x \neq 0$ et $x \neq 2$: $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x(x-2)}$.

VIII — Équations du premier degré

Exercice 28 : Les deux règles

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- $4x + 3 = 3x + 8$
- $3x + 2 = 4x - 6$
- $2x + 5 = 6x + 1$
- $7 - 2x = 0$
- $2x - 9 = 5x + 12$
- $3x + 7 = 3x - 4$

Exercice 29 : Avec des parenthèses

Résoudre dans $\mathbb{R}$, en supprimant d'abord les parenthèses :

- $7 - (x - 2) = 5x - (4x - 9)$
- $4(x - 2) + 3(3 - x) = 0$
- $6(x + 3) - 2(x + 4) = x + 16$
- $3(x - 2) - 2(x + 1) = 5(x - 4)$
- $m - (4 - 2m) = 2m + 5$

Exercice 30 : Coefficients fractionnaires

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- $\frac{-5x}{3} = \frac{10}{3}$
- $\frac{12x}{5} = \frac{3}{10}$
- $\frac{3}{4}x = \frac{9}{2}$
- $-3x = \frac{12}{5}$
- $\frac{-3}{7}x = \frac{-1}{14}$
- $\frac{5}{6} = \frac{-10}{9}x$

Exercice 31 : Supprimer les fractions

Résoudre dans $\mathbb{R}$, en multipliant chaque terme par le dénominateur commun :

- $-\frac{1}{3}x + 4 = x - 8$
- $\frac{5}{2}x + 1 = 3x - 4$
- $\frac{3x}{5} - \frac{4}{3} = \frac{7}{15}$
- $\frac{x}{2} + \frac{5}{3} = -\frac{x}{6} + 9$
- $\frac{x-3}{2} - 4 = \frac{3x+1}{4} + \frac{1}{2}$
- $\frac{3x+1}{4} - \frac{x-3}{4} = \frac{x+5}{3}$

Exercice 32 : Produit en croix, cas particuliers

1. Résoudre avec un produit en croix :

$$\begin{array}{ll} a) \frac{3x+2}{4} = \frac{5x-1}{3} & b) \frac{3x-2}{5} = \frac{2}{3} \end{array}$$

2. Résoudre, en concluant par $S = \mathbb{R}$ ou $S = \emptyset$:

$$\begin{array}{ll} a) \frac{1}{2}(x+4) - \frac{2}{3}(x-3) = \frac{1}{6}(-x+12) + 2 & \\ b) \frac{x+1}{3} - \frac{2x-1}{4} - 1 = -\frac{2x+1}{12} & \end{array}$$

Exercice 33 : L'inconnue au dénominateur

Résoudre, après avoir donné les valeurs interdites :

- $\frac{3x-2}{2x+1} = 2$
- $\frac{3-2x}{2-x} = 1$
- $\frac{3-x}{2x+1} = \frac{3}{4}$
- $\frac{2+x}{1+2x} = \frac{1}{2}$
- $\frac{3-x}{x-2} = 2$
- $\frac{-3x}{2+x} = 2$

IX — Équations produit

Exercice 34 : Produit nul

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- a) $2x(3x - 5) = 0$ b) $-4x^2(3x - 8) = 0$
 c) $(-2x + 5)^2 = 0$ d) $x^2(x + 2)(-4 - 3x) = 0$
 e) $(x + 1)(3x - 2)(x - 5) = 0$

Exercice 35 : Factoriser d'abord

Résoudre en se ramenant à une équation produit :

- a) $3x^2 - 8x = 0$ b) $2x^3 - 5x^2 = 0$
 c) $(x + 3)^2 = (x + 3)(4x - 3)$
 d) $(2x - 5)(3x + 1) = (2x - 5)(4 - x)$
 e) $9x^2 - 4 - 3(3x + 2) + x(3x + 2) = 0$
 f) $(3x - 1)(x + 2)^2 = 9(3x - 1)$

Exercice 36 : Différence de deux carrés nulle

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- a) $9x^2 - (x + 2)^2 = 0$ b) $(3x + 1)^2 - (x + 3)^2 = 0$
 c) $(3x + 5)^2 - 4(x + 1)^2 = 0$
 d) $9(x + 1)^2 - 4(2x + 3)^2 = 0$

Exercice 37 : Développer d'abord

Résoudre en commençant par développer. Les x^2 s'éliminent-ils ?

- a) $(3x - 2)(4 + x) = 3x^2 + 5$
 b) $(2x + 3)^2 = 4x(x + 0,5)$
 c) $(x + 3)(x - 1) = (x + 5)(x - 4)$
 d) $x(4 - x)^2 = x^2(x + 3)$

Exercice 38 : Choisir la bonne écriture

Pour tout réel x , on pose $E(x) = (x - 2)^2 - 36$ (forme A).

- Prouver que $E(x) = x^2 - 4x - 32$ (forme B), puis que $E(x) = (x - 8)(x + 4)$ (forme C).
- Avec la forme la mieux adaptée, calculer $E(0)$, puis résoudre $E(x) = 0$, $E(x) = -32$ et $E(x) = -36$.

X — Équations $x^2 = a$ et équations quotient

Exercice 39 : Équations $x^2 = a$

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- a) $x^2 = 81$ b) $x^2 = -16$ c) $3x^2 = 48$
 d) $x^2 - 5 = 0$ e) $4x^2 - 25 = 0$ f) $(x + 2)^2 = 49$

Exercice 40 : Équations quotient

Résoudre, après avoir donné les valeurs interdites :

- a) $\frac{3x - 4}{x + 2} = 0$ b) $\frac{2x + 9}{3 - x} = 0$
 c) $\frac{(2x + 3)^2 - 9(x - 1)^2}{4x^2 - 4} = 0$
 (factoriser le numérateur et le dénominateur)
 d) $\frac{9x^2 - 16 - 2(3x - 4)}{12 - 9x} = 0$
 e) $\frac{3}{x} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2x}$ (se ramener à un quotient nul)

Exercice 41 : Dans des problèmes

- Un carré a pour aire 30 cm^2 . Donner la valeur exacte de son côté.
- Un disque a pour aire $49\pi \text{ cm}^2$. Quel est son rayon ?
- Le carré d'un nombre, augmenté de 7, vaut 43. Quel peut être ce nombre ?
- Pour quelle valeur de x la fraction $\frac{x - 6}{x + 2}$ est-elle nulle ?
Peut-elle valoir 1 ?

XI — Mise en équation

Exercice 42 : Quatre problèmes courts

Pour chacun : choisir l'inconnue, écrire l'équation, la résoudre et conclure.

- Zoé ajoute 9 à son âge et multiplie le résultat par 3 : elle trouve 75. Quel âge a-t-elle ?
- « Choisissez un nombre, multipliez-le par 3, retranchez 4, puis multipliez le tout par 5. » Lina annonce 205. Quel nombre avait-elle choisi ?
- En ajoutant 15 L dans une cuve remplie au quart, on la remplit aux deux tiers. Quelle est la contenance de la cuve ?
- Trouver deux entiers impairs consécutifs dont la somme vaut 152.

Exercice 43 : Entiers et âges

- On prend trois entiers consécutifs. Le premier, augmenté du triple du troisième, donne 98. Quels sont ces entiers ?
- Trois sœurs ont 30, 18 et 4 ans. Dans combien d'années l'âge de l'aînée sera-t-il égal à la somme des âges des deux autres ?

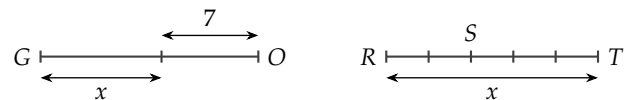
Exercice 44 : Stocks, jardin et concert

- Un magasin reçoit 95 paires de chaussures : des bottes, des baskets et des sandales. Il y a trois fois plus de baskets que de bottes, et 5 paires de sandales de plus que de bottes. Combien y a-t-il de paires de chaque sorte ?
- Le quart d'un jardin est un potager, le tiers une pelouse, et le reste, soit 75 m^2 , un verger. Quelle est l'aire du jardin ?
- 800 spectateurs assistent à un concert. Une place assise coûte 40 €, une place debout 25 €, et la recette est de 26 000 €. Combien de places assises ont été vendues ?

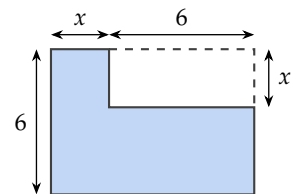
XII — Problèmes de géométrie

Exercice 45 : Exprimer des longueurs et des aires

- Exprimer GO , puis RS , en fonction de x ($[RT]$ est partagé en cinq parts égales).

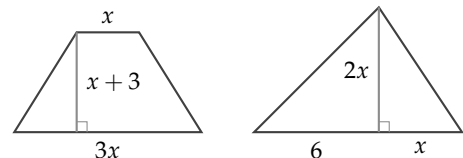


- Exprimer l'aire de la partie colorée en fonction de x (avec $0 < x < 6$). Que remarque-t-on ?



Exercice 46 : Un trapèze et un triangle

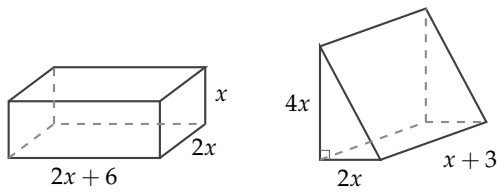
Les longueurs sont en cm, avec $x > 0$.



- Exprimer l'aire de chaque figure en fonction de x .
- Montrer que la somme de ces aires est l'aire d'un rectangle dont un côté mesure $3x$. Quel est l'autre côté ?

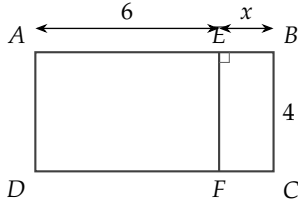
Exercice 47 : Deux solides

Montrer que le pavé droit et le prisme droit ci-dessous ont le même volume, pour tout $x > 0$.



Exercice 48 : Une aire donnée

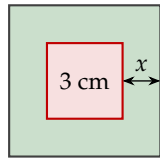
Les longueurs sont en cm et $AEFD$ est un rectangle. Calculer x sachant que l'aire du rectangle $ABCD$ vaut 30 cm^2 .



Exercice 49 : Un carré dans un carré

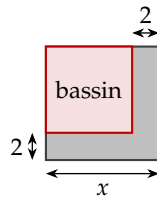
On entoure un carré de 3 cm de côté par une bande de largeur x cm : on obtient un autre carré. Calculer x pour que :

- le périmètre du grand carré soit égal à 36 cm ;
- l'aire du grand carré soit égale à 49 cm^2 ;
- l'aire de la bande soit égale au triple de celle du petit carré.



Exercice 50 : Un bassin dans une parcelle

Dans une parcelle carrée de côté x (en m, avec $x > 2$), on creuse un bassin carré en laissant, sur deux côtés, une bordure de 2 m (en gris).



- Parmi ces expressions, lesquelles donnent l'aire de la bordure ?
a) $(x+2)^2 - x^2$ b) $4x$ c) $4x - 4$ d) $x^2 - (x-2)^2$
e) $x(x-2)$
- Pour quelle valeur de x l'aire du bassin vaut-elle 36 m^2 ?

XIII — Isoler une grandeur

Exercice 51 : Échauffement

Isoler A dans chaque égalité :

- a) $A + 3 = B$ b) $5 - A = B$ c) $4A = B$
d) $\frac{A}{3} = B$ e) $\frac{6}{A} = B$ f) $2A + B = C$

Exercice 52 : Formules de géométrie et de physique

- Volume d'un pavé $V = L \ell h$: isoler ℓ .
- Aire d'un triangle $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$: isoler h .
- Tension aux bornes d'une pile $U = E - rI$: isoler r .
- $LH - \frac{V}{d} = 0$: isoler d .
- Capital placé $C = C_0(1+t)$: isoler C_0 .
- Aire d'un disque $\mathcal{A} = \pi r^2$: isoler r (avec $r > 0$).

Exercice 53 : Plus difficile

Les grandeurs sont strictement positives.

- Formule des lentilles $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$: exprimer f en fonction de a et b . (Réduire d'abord le membre de droite au même dénominateur.)
- $F = 6,67 \times 10^{-11} \frac{m m'}{d^2}$: exprimer d en fonction de m, m' et F .

Exercice 54 : Isoler, puis calculer

- On a $4x + 2y - 3z = 10$. Exprimer y en fonction de x et z , puis calculer y pour $x = 1$ et $z = 2$.
- Un pavé droit a pour volume 72 cm^3 , pour longueur 6 cm et pour hauteur 3 cm. Calculer sa largeur avec l'exercice 52.
- Un disque a une aire de 80 cm^2 . Calculer son rayon, arrondi au millimètre.

Vers le devoir commun

Les tâches du devoir commun, avec d'autres nombres. Sans calculatrice.

Exercice 55 : Maîtrise des calculs

- Développer et réduire :
 $A(x) = 3(2x - 5) + (3x + 4)(2x - 1)$
 $B(x) = (x + 2)(-3x + 4) - (5 - x)$
- Factoriser :
 $C(x) = 8x^2 - 5x$ $D(x) = 9x^2 + 30x + 25$
 $E(x) = (2x - 5) - 3(2x - 5)^2$
 $F(x) = (x + 2)(-2x + 3) - (x + 2)^2$

Exercice 56 : Une fonction, trois écritures

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 3)^2 - 16$.

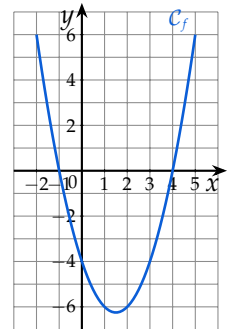
- Développer $f(x)$, puis factoriser $f(x)$.
- Avec l'écriture la plus adaptée : calculer $f(0)$ et $f(\frac{1}{2})$; déterminer les antécédents de 0, de -7, puis de -16 par f .

Exercice 57 : Lire, puis démontrer

Soit f la fonction définie sur $[-2; 5]$ par

$$f(x) = (2x - 3)(x + 1) - (x + 1)^2.$$

Sa courbe est tracée ci-contre.



- Par lecture graphique, conjecturer les solutions de $f(x) = 0$, puis de $f(x) = -4$.
- Montrer que $f(x) = x^2 - 3x - 4$, puis que $f(x) = (x + 1)(x - 4)$.
- Avec la forme adaptée, calculer $f(2)$, puis résoudre $f(x) = 0$ et $f(x) = -4$. Conclure sur les conjectures.

Exercice 58 : Équations

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- a) $\frac{2}{3}x - 3 = 5$ b) $\frac{7}{4} - \frac{x}{3} = 1$
c) $4x + 3 = 1 - 3(2 - x)$ d) $(3x - 4)^2 - (x + 6)^2 = 0$
e) $9x^2 - 12x + 4 = 4(x + 2)^2$ (reconnaître deux carrés)

Exercice 59 : Points d'intersection de deux courbes

Pour chaque couple, calculer les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g (on résout $f(x) = g(x)$).

- a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$ $g(x) = 2x + 6$
b) $f(x) = 3x^2 - x + 1$ $g(x) = 5x + 1$

Exercice 60 : Deux problèmes

- Quand on augmente de 3 cm les côtés d'un carré, son aire augmente de 51 cm^2 . Quelle est l'aire du carré de départ ?
- Dans le rectangle $ABCD$, $AB = 6 \text{ cm}$ et $BC = 9 \text{ cm}$; M est sur $[AB]$ et $AM = x$. On construit le carré $AMNP$ et le rectangle $NQCR$ (méthode 16 du cours). Où placer M pour qu'ils aient la même aire ?